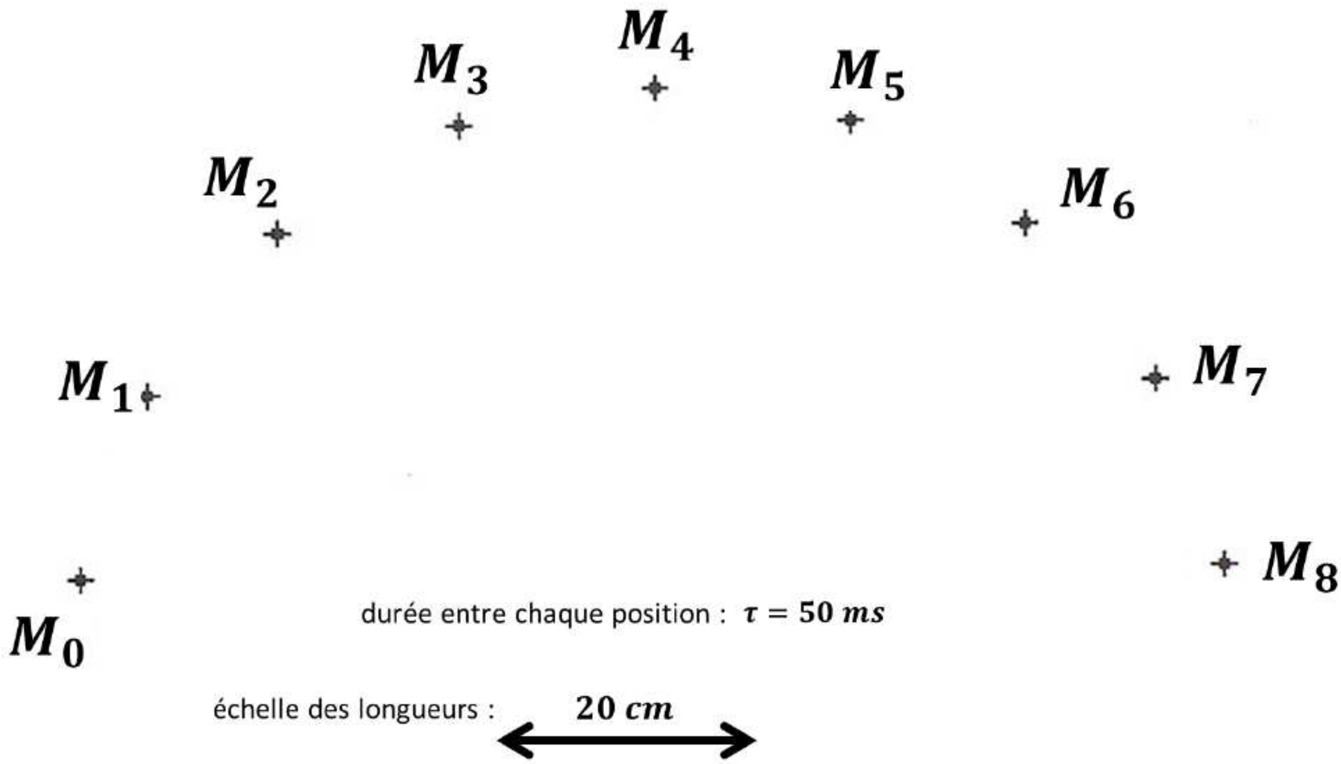
Application :

L'enregistrement ci-dessous montre les positions successives d'un point M au cours de son mouvement.



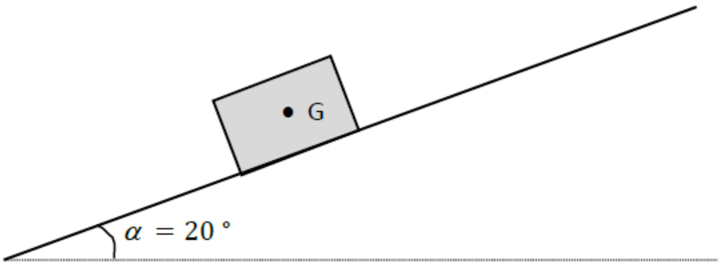
Travail à faire :

1. Construire les vecteurs vitesse $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_3$ avec pour échelle des vitesses : $1{,}0\ cm \leftrightarrow 1{,}0\ m.s^{-1}$
2. Construire en G_2, le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}_2 = \vec{v}_3 - \vec{v}_1$.
3. Construire en G_5, le vecteur variation de vitesse $\Delta\vec{v}_5$.
4. Déterminer $\Delta v_2 et\ \Delta v_5$
5. Conclure sur $\sum \vec{F}$

Exercice 1 . Un cube posé et en équilibre

Un cube de masse $M = 40\ kg$ posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ avec l'horizontale est immobile dans un référentiel terrestre.

Donnée : intensité de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

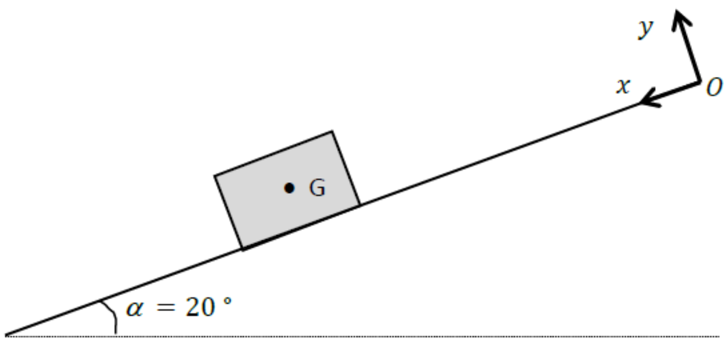


Identification des forces

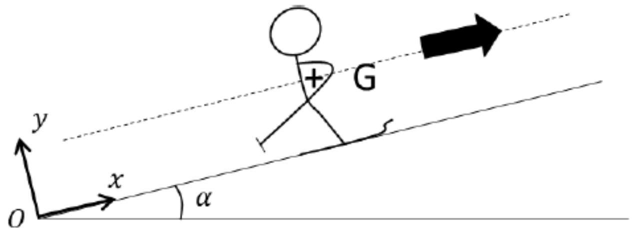
1. Justifier que la somme vectorielle des forces exercées sur le cube est nulle.
2. Représenter qualitativement les forces extérieures exercées sur le cube. Justifier que le cube est soumis à une force de frottement avec le plan incliné.

Détermination des valeurs de forces

3. Représenter les forces sur le schéma ci-contre
4. Écrire les coordonnées de chacune des forces dans le repère orthonormé (Oxy) en fonction de M, g, f, R_N et α.
5. En déduire les valeurs des forces.



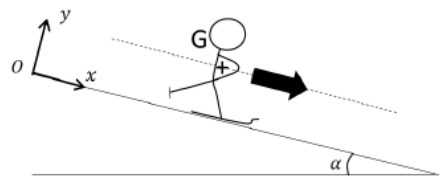
Exercice 2 . Remontée avec frottement



Un skieur de masse $M = 80{,}0\ kg$ a un mouvement rectiligne ralenti lors de la montée sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 24{,}5°$ avec une variation de vitesse constante de valeur $\|\Delta\vec{v}\| = 2{,}50\ m.s^{-1}$ sur une durée $\Delta t = 0{,}500\ s$. La force de frottement avec la piste est considérée constante.
Donnée : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

1. Faire un bilan des forces exercées sur le skieur et écrire leurs coordonnées dans le repère (Ox, Oy).
2. Que valent les coordonnées Δv_x et Δv_y de $\Delta\vec{v}$?
3. À l'aide de la 2ème loi de Newton :
   a) Déterminer la valeur de la réaction normale.
   b) Déterminer la valeur de la force de frottement.

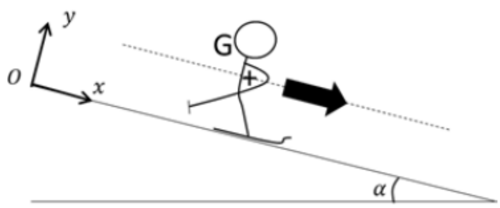
Exercice 3 . Descente sans frottement



Un skieur de masse $M = 80{,}0\ kg$ a un mouvement rectiligne lors d'une descente sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 35°$. Les frottements avec l'air et la piste sont négligés. Donnée : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

1. Faire un bilan des forces exercées sur le skieur et écrire leurs coordonnées dans le repère (Ox, Oy).
2. Que vaut Δv_y la coordonnée de $\Delta\vec{v}$ selon l'axe (Oy) ? Justifier.
3. À l'aide de la 2ème loi de Newton, déterminer la valeur de la réaction normale.
1. À l'aide la 2ème loi de Newton, calculer Δv_x sur une durée de 1 seconde. Quel est le signe de Δv_x et que peut-on en déduire sur le mouvement du skieur ?
2. On dit que le skieur a un mouvement uniformément accéléré. Justifier.
3. Le skieur partant avec une vitesse nulle, quelle est sa vitesse en $km.h^{-1}$ au bout de 4,5 secondes ?

Exercice 4. Descente avec frottement

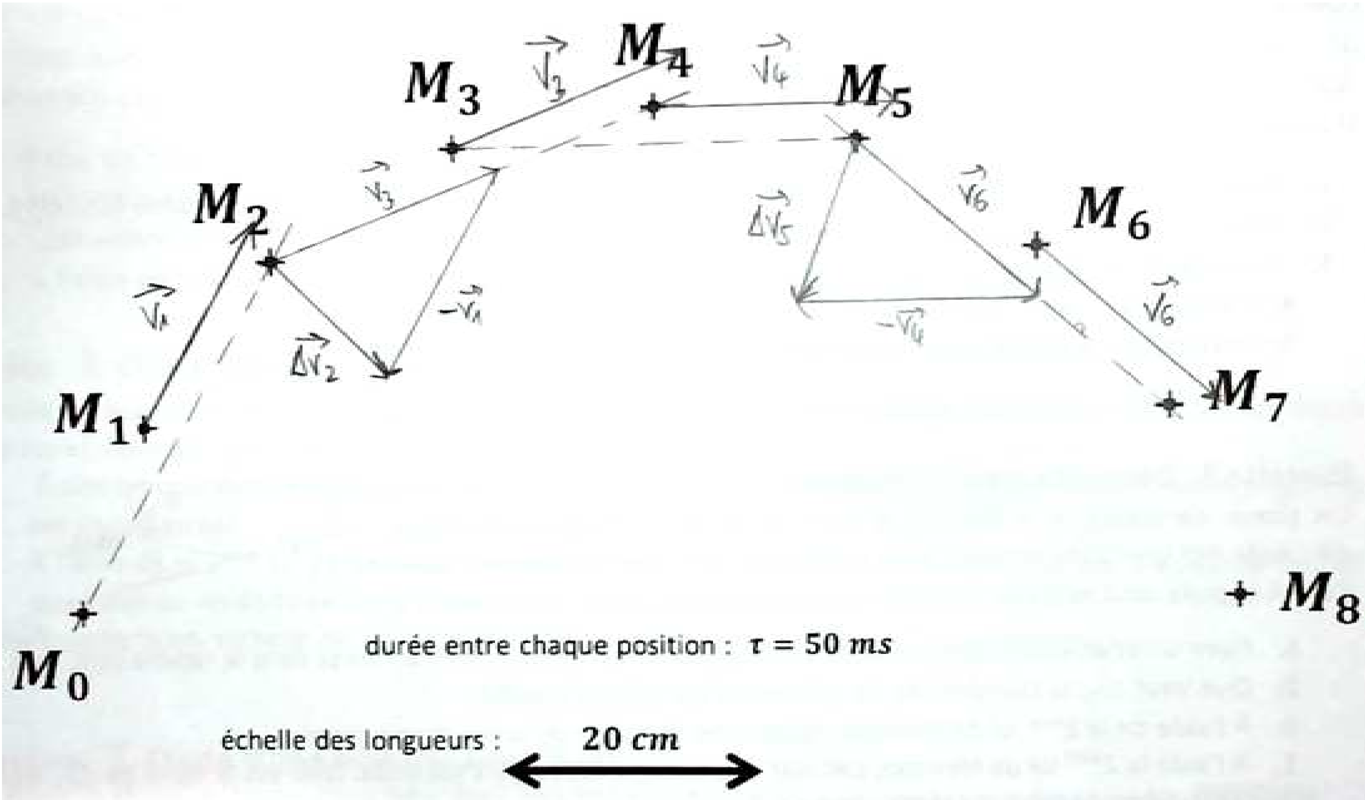


Un skieur de masse $M = 90\ kg$ prend le départ sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 35°$ sans vitesse initiale. Les frottements avec l'air et la piste sont équivalents à une force constante selon l'axe (Ox) dans le sens opposé à celui du mouvement et de valeur $f_1 = 120\ N$.
Donnée : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

1. Écrire dans le repère (Ox, Oy) les coordonnées des forces extérieures exercées sur le skieur.
2. Que vaut la coordonnée Δv_y de $\Delta\vec{v}$ selon l'axe (Oy) ? Justifier.
3. À l'aide de la 2ème loi de Newton, calculer la valeur de la réaction normale.
4. À l'aide la 2ème loi de Newton, calculer Δv_x sur une durée de 1 seconde. Quel est le signe de Δv_x et que peut-on en déduire sur le mouvement du skieur ?
5. On dit que le skieur a un mouvement uniformément accéléré. Justifier.
6. Le skieur partant avec une vitesse nulle, au bout de combien de temps atteint-il une vitesse $80\ km.h^{-1}$?
7. Quelle devrait être la valeur f_2 de la force de frottement pour que la vitesse du skieur soit uniforme ?

Correction :

Application :



$$V_1 = \frac{[M_0M_2]}{2\tau} = \frac{31 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 3{,}1\ m.s^{-1}$$

Réalité ↔ Règle

20 cm ↔ 3,4 cm

? cm ↔ 5,3 cm

? cm ↔ 5,4 cm

$$V_3 = \frac{[M_2M_4]}{2\tau} = \frac{32 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 3{,}2\ m.s^{-1}$$

? cm ↔ 5,2 cm

? cm ↔ 5,3 cm

$$V_4 = \frac{[M_3M_5]}{2\tau} = \frac{31 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 3{,}1\ m.s^{-1}$$

$$V_6 = \frac{[M_5M_7]}{2\tau} = \frac{31 \times 10^{-2}}{2 \times 50 \times 10^{-3}} = 3{,}1\ m.s^{-1}$$

Echelle de vitesse

1 cm ↔ 1,0 m.s⁻¹

$\Delta v_2 = 2{,}1\ m.s^{-1}$

$\Delta v_5 = 2{,}2\ m.s^{-1}$

$\sum \vec{F} \neq \vec{0}$ donc $\sum \vec{v} \neq \vec{0}$ d'après la contraposée du principe d'inertie

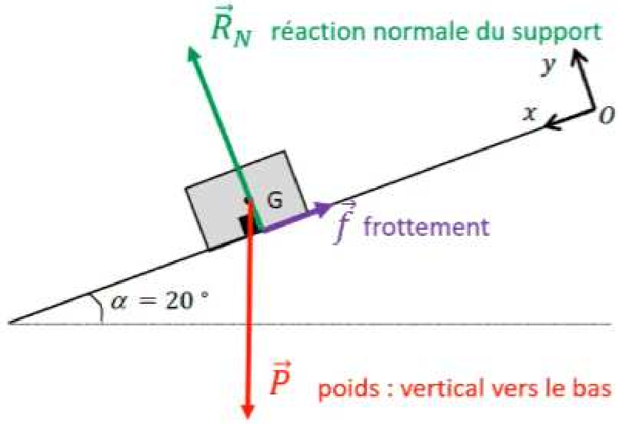
Exercice 1 :

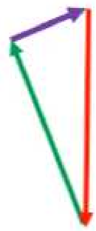
1. cube **immobile** ($\vec{v}_G = \vec{0}$: **constant** !) dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.

D'après le principe de l'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

principe de l'inertie : $\vec{v}_G$ constant $\Leftrightarrow \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$
vérifié uniquement dans un référentiel galiléen

2.



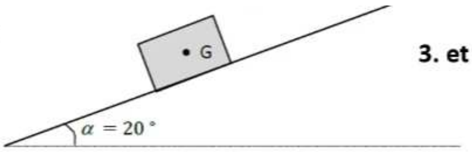


$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

Exercice : un cube posé et en équilibre

Un cube de masse $M = 40\ kg$ posé sur un plan incliné d'un angle $\alpha = 20°$ avec l'horizontale est immobile dans un référentiel terrestre.

Donnée : intensité de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

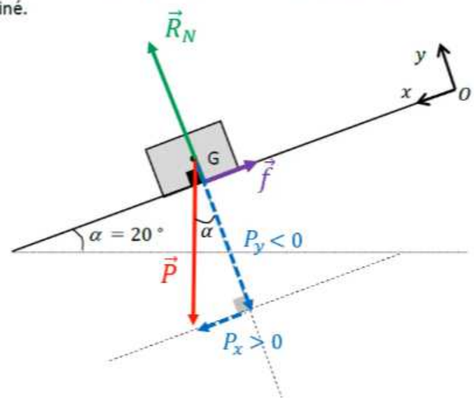


Identification des forces

1. Justifier que la somme vectorielle des forces exercées sur le cube est nulle.
2. Représenter qualitativement les forces extérieures exercées sur le cube. Justifier que le cube est soumis à une force de frottement avec le plan incliné.

Détermination des valeurs de forces

3. Représenter les forces sur le schéma ci-contre
4. Écrire les coordonnées de chacune des forces dans le repère orthonormé (Oxy) en fonction de M, g, f, R_N et α.
5. En déduire les valeurs des forces.

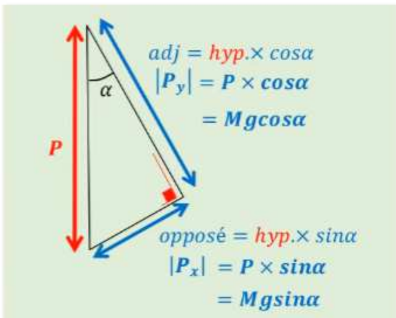


3. et 4.

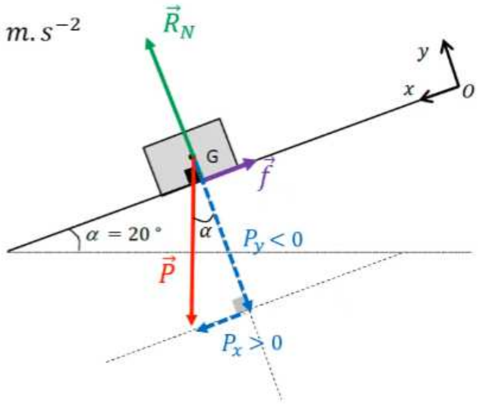
$\vec{f}\begin{pmatrix} f_x = -f \\ f_y = 0 \end{pmatrix}$ ← projection nulle sur (Oy)

$\vec{R}_N\begin{pmatrix} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = +R_N \end{pmatrix}$ ← projection nulle sur (Ox)

$\vec{P}\begin{pmatrix} P_x = +Mg\sin\alpha \\ P_y = -Mg\cos\alpha \end{pmatrix}$



5. En déduire les valeurs des forces. **Données :** $M = 40\ kg \quad \alpha = 20° \quad g = 9{,}81\ m.s^{-2}$



$$\vec{P}\begin{pmatrix} P_x = +Mg\sin\alpha \\ P_y = -Mg\cos\alpha \end{pmatrix} \quad \vec{R}_N\begin{pmatrix} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = +R_N \end{pmatrix} \quad \vec{f}\begin{pmatrix} f_x = -f \\ f_y = 0 \end{pmatrix}$$

$\boldsymbol{P = Mg} = 40 \times 9{,}81 \quad \boldsymbol{P = 3{,}9 \times 10^2\ N}$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} P_x + R_{Nx} + f_x = 0 \\ P_y + R_{Ny} + f_y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} Mg\sin\alpha + 0 - f = 0 \\ -Mg\cos\alpha + R_N + 0 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boldsymbol{f = Mg\sin\alpha} \quad f = 40 \times 9{,}81 \times \sin 20° = \boldsymbol{1{,}3 \times 10^2\ N} \\ \boldsymbol{R_N = Mg\cos\alpha} \quad R_N = 40 \times 9{,}81 \times \cos 20° = \boldsymbol{3{,}7 \times 10^2\ N} \end{cases}$$

À retenir : la connaissance de la nature du mouvement $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$ (immobilité ou rectiligne uniforme) nous a permis de déterminer des informations sur les forces (existence, caractéristiques) grâce à la 2ème loi de Newton ($\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$)

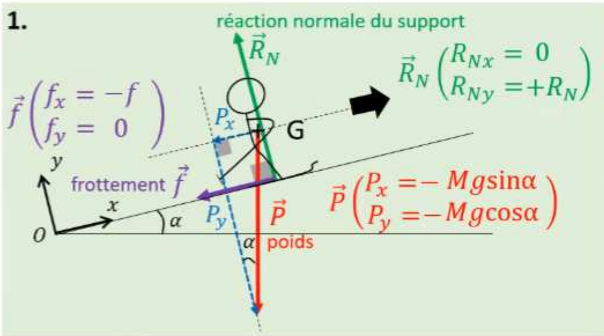
Exercice 2 :

Exercice. Skieur en montée avec frottement

Un skieur de masse $M = 80{,}0\ kg$ a un mouvement rectiligne ralenti lors de la montée sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 24{,}5°$ avec une variation de vitesse constante de valeur $\|\Delta\vec{v}\| = 2{,}50\ m.s^{-1}$ sur une durée $\Delta t = 0{,}500\ s$. La force de frottement avec la piste est considérée constante. Donnée : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

1. Faire un bilan des forces exercées sur le skieur et écrire leurs coordonnées dans le repère (Ox, Oy).
2. Que valent les coordonnées Δv_x et Δv_y de $\Delta\vec{v}$?
3. À l'aide de la 2ème loi de Newton :
a) Déterminer la valeur de la réaction normale.
b) Déterminer la valeur de la force de frottement.

1.

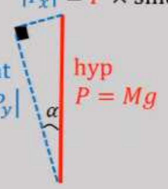


$\sin\alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

$\cos\alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

opposé = hyp × sinα
$|P_x| = P \times \sin\alpha = Mg \times \sin\alpha$

hyp × cosα = adjacent
$Mg \times \cos\alpha = |P_y|$



2.

$\Delta\vec{v}_{2\to3} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2 = \vec{v}_3 + (-\vec{v}_2)$

⇒ dans un mouvement rectiligne en général : $\vec{v}$ et $\Delta\vec{v}$ sont colinéaires (parallèles à la trajectoire)

→ ici $\Delta\vec{v}$ est donc parallèle à l'axe (Ox) ⇒ la projection de $\Delta\vec{v}$ sur l'axe (Oy) est nulle : $\boldsymbol{\Delta v_y = 0}$

De plus, le mouvement est ralenti ⇔ $\Delta\vec{v}$ dans le sens opposé au mouvement ⇒ $\Delta v_x < 0$ ⇒ $\boldsymbol{\Delta v_x = -\|\Delta\vec{v}\| = -2,50\ m.s^{-1}}$

Remarque :

Sur une même durée $\Delta t = 0{,}500\ s$: $\Delta v_x = \text{constante}$

⇒ la vitesse diminue de manière constante (uniforme) ⇒ **mouvement uniformément ralenti**

3. 2ème loi de Newton dans un référentiel galiléen :
(le référentiel ici est terrestre et considéré galiléen)

$$\sum\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N = M\left(\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_x + f_x + R_{Nx} = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ P_y + f_y + R_{Ny} = M \times \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -Mg\sin\alpha - f + 0 = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} & : (1) \\ -Mg\cos\alpha + 0 + R_N = 0 & : (2) \end{cases}$$

$(2) \Rightarrow \boldsymbol{R_N = Mg\cos\alpha}$

$= 80{,}0 \times 9{,}81 \times \cos(24{,}5) = \boldsymbol{714\ N}$

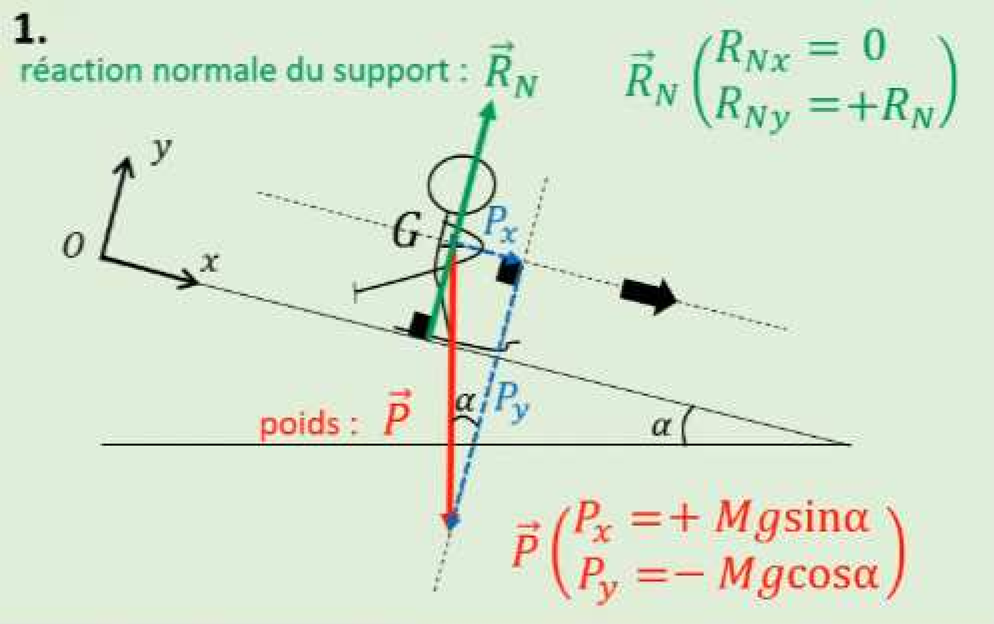
$(1) \Rightarrow \boldsymbol{f = -Mg\sin\alpha - M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}}$

$= -80{,}0 \times 9{,}81 \times \sin(24{,}5) - 80{,}0 \times \dfrac{(-2{,}50)}{0{,}500}$

$= \boldsymbol{75\ N}$

Exercice 3 :

1.

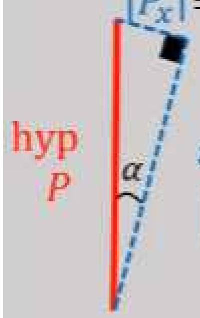


opposé = hyp × sinα

$|P_x| = P \times \sin\alpha = Mg \times \sin\alpha$

$sin\alpha = \dfrac{\text{opp}}{\text{hyp}}$

$cos\alpha = \dfrac{\text{adj}}{\text{hyp}}$

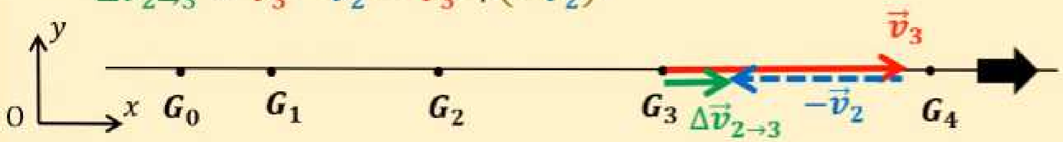


adjacent = hyp × cosα

$|P_y| = P \times \cos\alpha = Mg \times \cos\alpha$

2.

$\Delta\vec{v}_{2\to3} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2 = \vec{v}_3 + (-\vec{v}_2)$



⇒ dans un mouvement rectiligne en général : $\vec{v}$ et $\Delta\vec{v}$ sont colinéaires et parallèles à la trajectoire

⇒ ici $\Delta\vec{v}$ est parallèle à l'axe (Ox) ⇒ la projection de $\Delta\vec{v}$ sur l'axe (Oy) : $\boldsymbol{\Delta v_y = 0}$

3. 2ème loi de Newton dans un référentiel galiléen :

(le référentiel ici est terrestre et considéré galiléen)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R}_N = M\left(\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} P_x + R_{Nx} = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ P_y + R_{Ny} = M \times \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} +Mg\sin\alpha + 0 = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} & :(1) \\ -Mg\cos\alpha + R_N = 0 & :(2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \boldsymbol{R_N = Mg\cos\alpha}$$

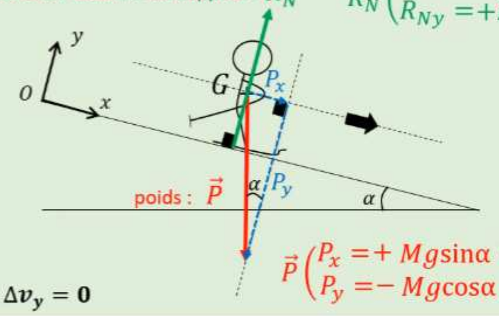
$$= 80{,}0 \times 9{,}81 \times cos35 = \boldsymbol{6{,}4 \times 10^2\ N}$$

Exercice. Skieur en descente (sans frottement)

Un skieur de masse $M = 80{,}0\ kg$ a un mouvement rectiligne lors d'une descente sur une piste inclinée d'un angle $\alpha = 35°$. Les frottements avec l'air et la piste sont négligés. Donnée : $g = 9{,}81\ N.kg^{-1}$

1. Faire un bilan des forces exercées sur le skieur et écrire leurs coordonnées dans le repère (Ox, Oy).
2. Que vaut Δv_y la coordonnée de $\Delta\vec{v}$ selon l'axe (Oy) ? Justifier.
3. À l'aide de la 2ème loi de Newton, déterminer la valeur de la réaction normale.
4. À l'aide la 2ème loi de Newton, calculer Δv_x sur une durée de 1 seconde. Quel est le signe de Δv_x et que peut-on en déduire sur le mouvement du skieur ?
5. On dit que le skieur a un mouvement uniformément accéléré. Justifier.
6. Le skieur partant avec une vitesse nulle, quelle est sa vitesse en $km.h^{-1}$ au bout de 4,5 secondes ?

réaction normale du support : $\vec{R}_N$ $\quad \vec{R}_N\begin{pmatrix} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = +R_N \end{pmatrix}$



$\vec{P}\begin{pmatrix} P_x = +Mg\sin\alpha \\ P_y = -Mg\cos\alpha \end{pmatrix}$

$\boldsymbol{\Delta v_y = 0}$

4. $\begin{cases} +Mg\sin\alpha + 0 = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} & :(1) \\ -Mg\cos\alpha + R_N = 0 & :(2) \end{cases}$

$$(1) \Rightarrow \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = +g\sin\alpha$$

$$\Delta v_x = +g\sin\alpha \times \Delta t$$

$$= +9{,}81 \times sin35 \times 1 = \boldsymbol{+5{,}6\ m.s^{-1}}$$

$\Delta v_x > 0 \Rightarrow \Delta\vec{v}$ dans le sens du mouvement ⇒ **mouvement accéléré**

5. Pour $\Delta t = 1\ s$: $\Delta v_x = \text{constante} = +5{,}6\ m.s^{-1}$

⇒ chaque seconde, la vitesse augmente de la même quantité

⇒ la vitesse augmente de manière uniforme

⇒ **mouvement uniformément accéléré**

6. $\Delta v_x = +g\sin\alpha \times \Delta t$

$$= +9{,}81 \times sin35 \times 4{,}5 = 25\ m.s^{-1}$$

$$= 25 \times 3{,}6\ km.h^{-1}$$

$$= 90\ km.h^{-1}$$

$$\Delta v_x = v_x(4{,}5\ s) - \underbrace{v_x(0\ s)}_{\text{nulle}}$$

$$\rightarrow v_x(4{,}5\ s) = \Delta v_x = 90\ km.h^{-1}$$

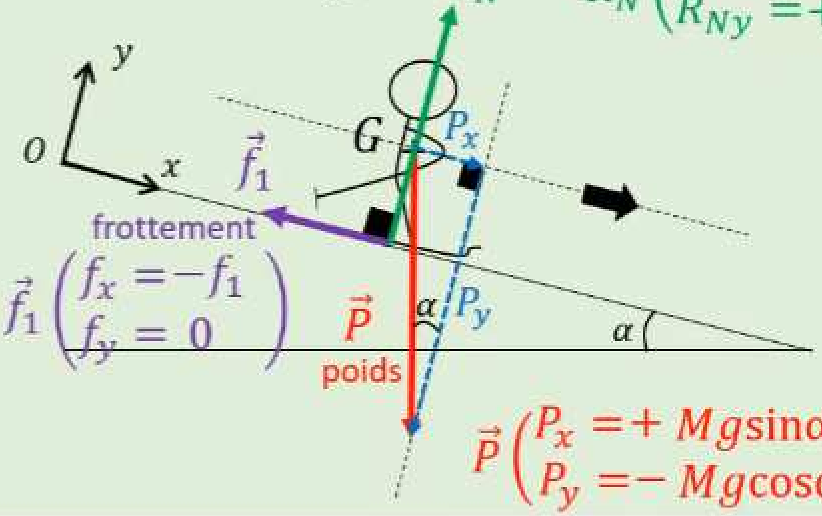
$$\boldsymbol{v(4{,}5\ s)} = \underbrace{|v_x(4{,}5\ s)|}_{\text{valeur absolue}} = \boldsymbol{90\ km.h^{-1}}$$

Exercice 4 :

1.

réaction normale du support : $\vec{R}_N$

$$\vec{R}_N \begin{pmatrix} R_{Nx} = 0 \\ R_{Ny} = +R_N \end{pmatrix}$$



$$\vec{f}_1 \begin{pmatrix} f_x = -f_1 \\ f_y = 0 \end{pmatrix}$$

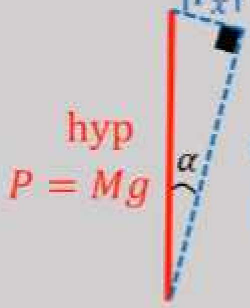
$$\vec{P} \begin{pmatrix} P_x = +Mg\sin\alpha \\ P_y = -Mg\cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$\sin\alpha = \frac{\text{opp}}{\text{hyp}}$$

$$\cos\alpha = \frac{\text{adj}}{\text{hyp}}$$

opposé = hyp × sinα

$|P_x| = P \times \sin\alpha = Mg \times \sin\alpha$



adjacent = hyp × cosα

$|P_y| = Mg \times \cos\alpha$

2.

$$\Delta\vec{v}_{2\to3} = \vec{v}_3 - \vec{v}_2 = \vec{v}_3 + (-\vec{v}_2)$$

⇒ dans un mouvement rectiligne en général : $\vec{v}$ et $\Delta\vec{v}$ sont colinéaires (parallèles à la trajectoire)

⇒ ici $\Delta\vec{v}$ est parallèle à l'axe (Ox) ⇒ la projection de $\Delta\vec{v}$ sur l'axe (Oy) est nulle : $\boldsymbol{\Delta v_y = 0}$

3. 2ème loi de Newton dans un référentiel galiléen :
(le référentiel ici est terrestre et considéré galiléen)

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{f}_1 + \vec{R}_N = M\left(\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P_x + f_x + R_{Nx} = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} \\ P_y + f_y + R_{Ny} = M \times \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} +Mg\sin\alpha - f_1 + 0 = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} & : (1) \\ -Mg\cos\alpha + 0 + R_N = 0 & : (2) \end{cases}$$

$(2) \Rightarrow \boldsymbol{R_N = Mg\cos\alpha}$

$= 90 \times 9{,}81 \times \cos(35) = \boldsymbol{7{,}2 \times 10^2\ N}$

4.
$$\begin{cases} +Mg\sin\alpha - f_1 + 0 = M \times \dfrac{\Delta v_x}{\Delta t} & :(1) \\ -Mg\cos\alpha + 0 + R_N = 0 & :(2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = gsin\alpha - \frac{f_1}{M}$$

$$\Delta v_x = \left(gsin\alpha - \frac{f_1}{M}\right) \times \Delta t$$

$$\Delta v_x = \left(9{,}81 \times \sin(35) - \frac{120}{90}\right) \times 1$$

$$= \mathbf{+4{,}3\ m.s^{-1}}$$

$\Delta v_x < 0 \Rightarrow \Delta\vec{v}$ dans le sens du mouvement ⇒ **mouvement accéléré**

5.

Sur chaque seconde du m^{vt} : $\Delta v_x =$ constante

⇒ la vitesse augmente de manière constante (uniforme)

⇒ **mouvement uniformément accéléré**

6.

$$\Delta v_x = \left(gsin\alpha - \frac{f_1}{M}\right) \times \Delta t = 4{,}3 \times \Delta t$$

$$\Delta v_x = 80\ km.h^{-1} - 0 = 80\ km.h^{-1} = \frac{80}{3{,}6}\ m.s^{-1} = 22\ m.s^{-1}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{4{,}3} = \frac{22}{4{,}3} = \mathbf{5{,}1\ s}$$

7.

$$\Delta v_x = \left(gsin\alpha - \frac{f_1}{M}\right) \times \Delta t$$

$f_1 \rightarrow f_2$

pour un mouvement uniforme : $\Delta v_x = 0 \quad \Rightarrow \left(gsin\alpha - \dfrac{f_2}{M}\right) \times \Delta t = 0$

$$\rightarrow gsin\alpha - \frac{f_2}{M} = 0$$

$$\frac{f_2}{M} = gsin\alpha$$

$$\boldsymbol{f_2 = Mgsin\alpha}$$

$$= 90 \times 9{,}81 \times \sin(35) = \mathbf{5{,}1 \times 10^2\ N}$$