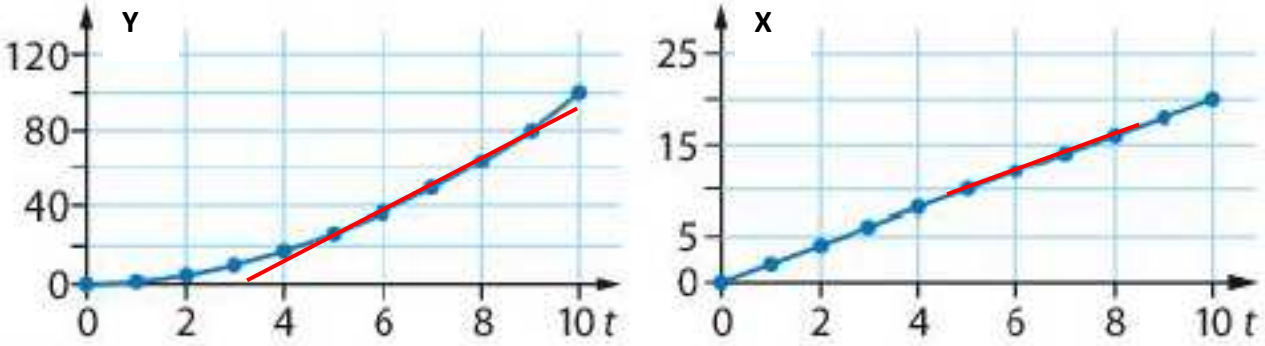
Vecteurs position, vitesse et accélération d'un point.	Définir le vecteur vitesse comme la dérivée du vecteur position par rapport au temps et le vecteur accélération comme la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps. Établir les coordonnées cartésiennes des vecteurs vitesse et accélération à partir des coordonnées du vecteur position et/ou du vecteur vitesse.
Coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet pour un mouvement circulaire.	Citer et exploiter les expressions des coordonnées des vecteurs vitesse et accélération dans le repère de Frenet, dans le cas d'un mouvement circulaire.
Mouvement rectiligne uniformément accéléré. Mouvement circulaire uniforme.	Caractériser le vecteur accélération pour les mouvements suivants : rectiligne, rectiligne uniforme, rectiligne uniformément accéléré, circulaire, circulaire uniforme. *Réaliser et/ou exploiter une vidéo ou une chronophotographie pour déterminer les coordonnées du vecteur position en fonction du temps et en déduire les coordonnées approchées ou les représentations des vecteurs vitesse et accélération.* **Capacité numérique :** Représenter, à l'aide d'un langage de programmation, des vecteurs accélération d'un point lors d'un mouvement. **Capacité mathématique :** Dériver une fonction.

Exercices : p.288 n° 20 (Y à gauche et X à droite), 21, 22, p.289 n° 25, p.290 n° 30, p.291 n° 35, 38, p.294 n° 40, 41.

20 Établir graphiquement les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse



1. Calculer les coefficients directeurs des tangentes aux deux courbes à l'instant $t = 6$ s.

2. En déduire la norme de $\vec{v}$ à la date $t = 6$ s.

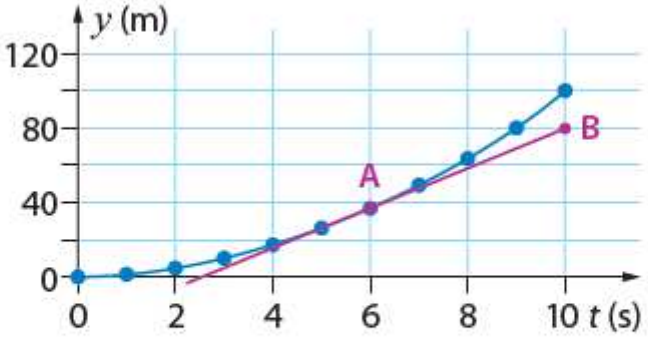
20 Établir graphiquement les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse

1. Tracer la tangente à la courbe au point d'abscisse $t = 6$ s pour $y(t)$ (courbe de gauche) et $x(t)$ (courbe de droite) et déterminer le coefficient directeur de cette tangente en prenant deux points A et B sur cette droite.
Le coefficient directeur d'une tangente est égal au nombre dérivé, donc :

$v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ est égal au coefficient directeur de la tangente à $x(t)$.

$v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt}$ est égal au coefficient directeur de la tangente à $y(t)$.

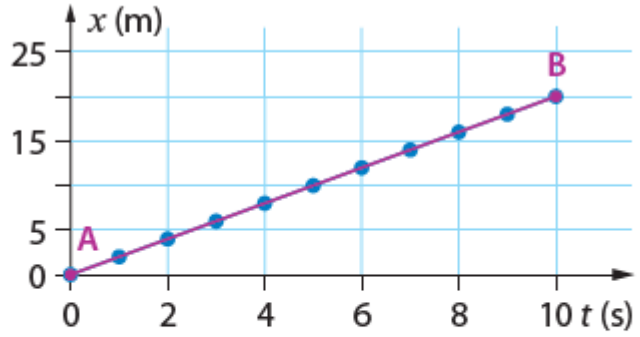
Coefficient directeur de la tangente à la 1re courbe à $t = 6$ s :



Les deux points de la tangente sont A(6 ; 40) et B(10 ; 80), d'où :

$$v_y = \frac{80 - 40}{10 - 6} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Coefficient directeur de la tangente à la 2e courbe à $t = 6$ s :



Les deux points de la tangente sont A(0 ; 0) et B(10 ; 20), d'où :

$$v_x = \frac{20 - 0}{10 - 0} = 2{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

2. La norme du vecteur vitesse $\vec{v}$ à $t = 6$ s est :

$$v(6\text{ s}) = \sqrt{v_x^2(6\text{ s}) + v_y^2(6\text{ s})} = \sqrt{(2{,}0)^2 + (10)^2} = 10{,}2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

21 Définir le vecteur accélération

À la bretelle d'entrée d'une autoroute, une moto accélère de façon rectiligne de 30 km · h^{-1} à 130 km · h^{-1} en 5 s.

▶ Déterminer la valeur de son accélération moyenne a en m·s^{-2}.

21 Définir le vecteur accélération

$v_i = 30 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 8{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$v_f = 130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 36{,}1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{36{,}1 - 8{,}3}{5} = 6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

22 Le repère de Frenet

Une voiture électrique prend un virage de rayon 60 m à la vitesse constante de 90 km · h^{-1}.

▶ Calculer dans le repère de Frenet, la valeur de de son accélération a en m · s^{-2}.

22 Le repère de Frenet

$v = 90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Le mouvement est circulaire uniforme donc : $a = a_N = \dfrac{v^2}{R}$

La composante tangentielle $a_T = \dfrac{dv}{dt} = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$a = \frac{25^2}{60} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

25 Étude d'une chronophotographie

Exploiter une chronophotographie

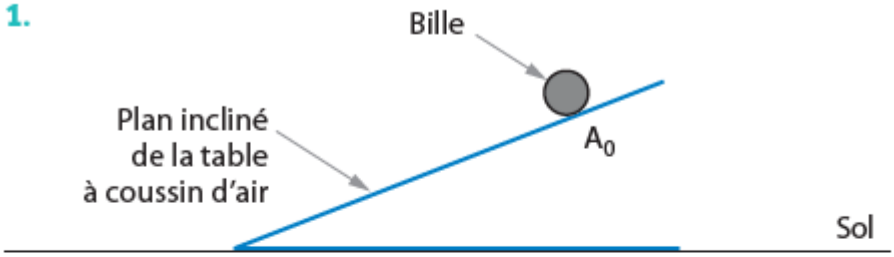
La figure ci-dessous donne un agrandissement d'une chronophotographie sur une table à coussin d'air d'une bille roulant sur un plan incliné.

L'intervalle de temps τ entre deux positions successives est 0,01 s. Échelle : 1 cm sur le dessin pour 0,5 cm en réel.

1. Faire le schéma annoté de l'expérience.
2. Tracer le graphe donnant la vitesse en fonction du temps.
3. Calculer l'accélération du mouvement.

25 Étude d'une chronophotographie

1.



2. Les valeurs des vitesses sont calculées à l'aide de la relation :

$$v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau}$$

Remarque : En théorie on ne devrait garder d'un seul chiffre significatif vu le nombre de chiffres significatifs des données. La valeur des distances relevées sur la chronophotographie peut varier en fonction du type de manuel utilisé (numérique/papier).

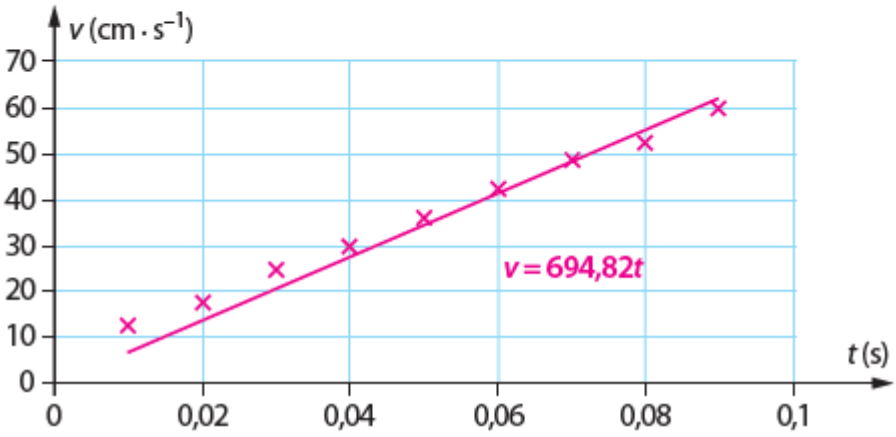
$$v_1 = \frac{A_0A_2}{2 \times \Delta t} = \frac{0{,}25}{0{,}02} = 12{,}5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = \frac{A_1A_3}{2 \times \Delta t} = \frac{0{,}35}{0{,}02} = 17{,}5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_3 = \frac{A_2A_4}{2 \times \Delta t} = \frac{0{,}5}{0{,}02} = 25 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_4 = 30 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_5 = 36{,}3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_6 = 42{,}5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$;
$v_7 = 48{,}8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_8 = 52{,}5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$; $v_9 = 60 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\boldsymbol{v = f(t)}$$



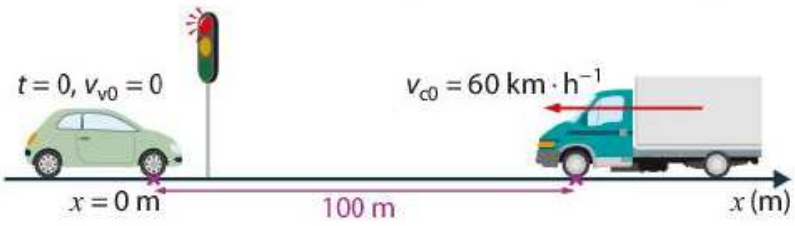
On obtient une droite qui passe par l'origine si les erreurs sur les premiers points sont négligées. Les distances mesurées étant faibles, il y a beaucoup d'erreurs de mesures.

3. Par définition l'accélération est égale à $a = \frac{dv}{dt}$, donc le coefficient directeur de la droite précédente représente l'accélération de la bille. Le mouvement est uniformément accéléré car on voit que l'accélération est constante (puisque la modélisation est de type $y = ax$). L'accélération vaut environ $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

30 Croisement de véhicules

Caractériser le vecteur accélération

Une voiture, arrêtée à un feu rouge, démarre avec une accélération constante de $2\,m\cdot s^{-2}$. Un camion se trouve à cet instant à 100 m de la voiture et roule à la vitesse constante de $60\,km\cdot h^{-1}$ en direction de la voiture sur une portion de route rectiligne.



1. Déterminer les équations horaires $x_v(t)$ et $x_c(t)$ des mouvements de la voiture et du camion.

2. Quelle relation lie les équations horaires $x_v(t)$ et $x_c(t)$ lorsque les deux véhicules se croisent.

3. Déterminer la date t à laquelle les deux véhicules se croisent.

4. En déduire la distance parcourue par la voiture lorsqu'elle croise le camion.

30 Croisement de véhicules

1. Le mouvement de la {voiture} et du {camion} sont étudiés dans le référentiel terrestre supposé galiléen.

Les coordonnées des vecteurs sont données dans un repère Ox (axe horizontal dirigé vers la droite et dont l'origine est placée sur la position initiale de la voiture.

À $t = 0$, la voiture est en O sa vitesse est nulle et le camion est en $x = 100$ m avec une vitesse de $60\ km\cdot h^{-1}$ dans le sens opposé à celui de la voiture.

Équations horaires de la voiture :

Par définition $a_{v_x} = \dfrac{d_{v_x}(t)}{dt}$ donc $v_x(t) = a_x \times t$ ($v_{v_0} = 0\ m\cdot s^{-1}$)

$v_{v_x}(t) = \dfrac{dx_v(t)}{dt}$ $x_v(t) = \dfrac{1}{2} \times a_x \times t^2$

$x_v(t) = \dfrac{1}{2} \times 2 \times t^2 = t^2$ avec $a_{v_x} = 2\ m\cdot s^{-2}$ donc $x_v(t) = t^2$.

Équations horaires du camion

$v_{c_0} = 60\ km\cdot h^{-1} = 17\ m\cdot s^{-1}$

Le camion roule à vitesse constante donc $a_{c_x} = 0\ m\cdot s^{-1}$

$x_c(t) = v_{c_0} \times t + x_{c_0}$, donc $x_c(t) = -17 \times t + 100$, car le camion se déplace dans le sens opposé de l'axe.

2. Lorsque les deux véhicules se croisent, $x_c(t) = x_v(t)$.

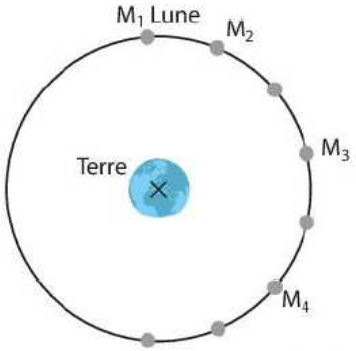
3. $t^2 = -17 \times t + 100$, cette équation admet une seule solution positive : $t = 4{,}7$ s

4. $x_v(4{,}7) = 22$, la voiture aura parcouru 22 m lorsqu'elle croise le camion.

35 La Lune

Exploiter une chronophotographie

Le mouvement de la Lune autour du centre de la Terre est schématisé ci-dessous. Quelques positions ont été repérées.
Il s'écoule 2 jours entre chaque position.
La distance Terre-Lune d_{TL} est d'environ 380 000 km.



Mouvement de la Lune autour de la Terre

1. Préciser le mouvement de la Lune par rapport au centre de la Terre.

2. Tracer les vecteurs $\Delta\vec{v_3} = \vec{v_4} - \vec{v_2}$ au point M_3 et $\Delta\vec{v_7}$ au point M_7.

sans souci d'échelle

3. En déduire la direction et le sens du vecteur accélération de la Lune en M_3 et en M_7.

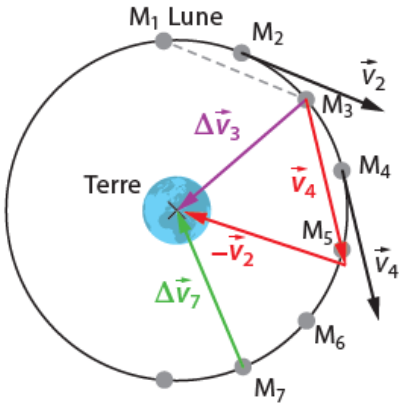
4. Calculer la vitesse de la Lune autour de la Terre en $km \cdot j^{-1}$ puis en $m \cdot s^{-1}$.

5. Calculer l'accélération de la Lune en $m \cdot s^{-2}$.

35 La Lune

1. Le mouvement est circulaire et uniforme.

2. On trace d'abord les vecteurs $\vec{v_4}$ et $\vec{v_2}$. Au point M_3, on trace le vecteur $\vec{v_4}$, puis $-\vec{v_2}$. On obtient ainsi le vecteur $\Delta\vec{v_3}$. Le vecteur $\Delta\vec{v_3}$ est dirigé vers le centre du cercle. Il en est de même pour $\Delta\vec{v_7}$ puisque le mouvement est circulaire et uniforme.



3. Le vecteur accélération a même direction et même sens que les vecteurs variation de vitesse instantanée. Donc l'accélération est radiale et dirigée vers le centre du cercle.

4. $v = \dfrac{2\pi \times R_L}{T} = \dfrac{2\pi \times 380\,000}{27{,}3} = 8{,}75 \times 10^4 \text{ km} \cdot \text{j}^{-1}$

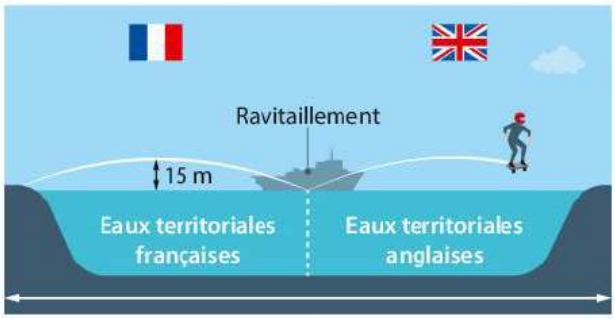
$v = \dfrac{2\pi \times R_L}{T} = \dfrac{2\pi \times 380\,000}{27{,}3 \times 24 \times 3\,600} = 1{,}01 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

5. Le mouvement de la Lune est circulaire et uniforme donc l'accélération est normale et la composante tangentielle vaut : $a_T = 0$

$$a = a_N = \frac{v^2}{d_{T\text{-}L}} = \frac{(1{,}01 \times 10^3)^2}{380\,000 \times 10^3} = 2{,}70 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

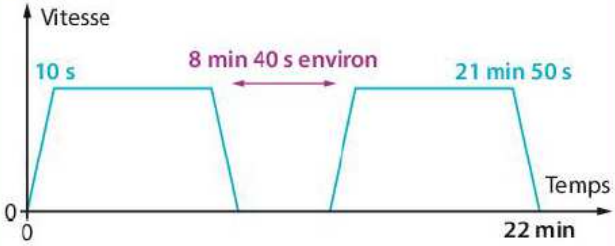
38 Cinématique d'un Flyboard

1 Récit d'un exploit



Le 04 août 2019, le français Franky Zapata a réussi l'exploit de traverser la manche de Sangatte (Pas-de-Calais) à St Margaret's Bay côté anglais sur son « Flyboard » (planche volante munie de cinq mini-turboréacteurs d'autonomie d'une dizaine de minutes seulement et volant à 160 km · h^{-1}).

2 Évolution de la vitesse au cours du temps



Le profil vitesse en fonction du temps de cette traversée est donné ci-dessus. La traversée est supposée rectiligne à une altitude moyenne de 15 m au-dessus de la mer.

► Déterminer la distance Sangatte-St Margaret's Bay. Préciser les hypothèses de votre démarche.

38 Cinématique d'un flyboard

Considérer un trajet sans ravitaillement, il se décompose de :

1. 10 s d'accélération
2. (22 min − 8 min 40 s − 4 × 10 s) = 6 min 20 s à la vitesse de 160 km · h^{-1}
3. 10 s de décélération

Pendant la phase 1 :

$$a_1 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\left(\frac{160}{3{,}6}\right) - 0}{10} = 4{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2},$$

la distance parcourue est d_1 :

$$d_1 = \frac{1}{2} \times a_1 \times t^2 = 0{,}5 \times 4{,}4 \times 10^2 = 2{,}2 \times 10^2 \text{ m}$$

Pendant la phase 2, à vitesse constante :

$$d_2 = v \times \Delta t = \left(\frac{160}{3{,}6}\right) \times (6 \times 60 + 20) = 1{,}69 \times 10^4 \text{ m}$$

Pendant la phase 3 :

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - \left(\frac{160}{3{,}6}\right)}{10} = -4{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$d_3 = \frac{1}{2} \times a_3 \times t^2 + v \times t = 0{,}5 \times (-4{,}4 \times 10^2) + \frac{160}{3{,}6} \times t = 2{,}2 \times 10^2 \text{ m}$$

La distance Sangatte-St Margaret's Bay est donc :

$$d_{\text{tot}} = 2(d_1 + d_2 + d_3) = 34{,}7 \text{ km}$$

40 Estimation de l'accélération au décollage d'une fusée

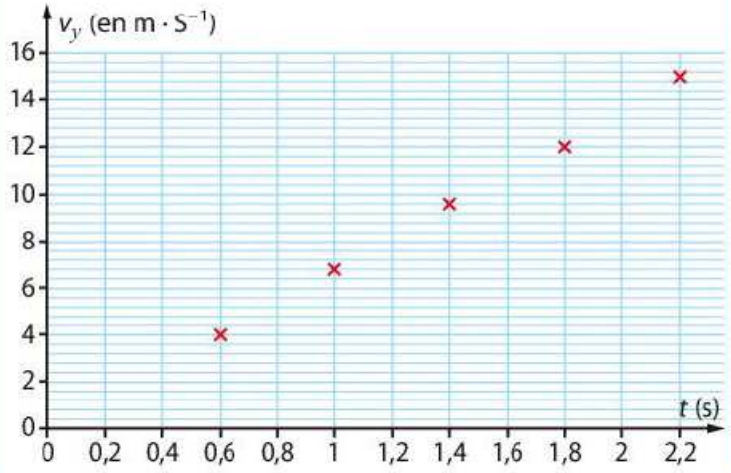
30 min

Le mouvement d'un point M de la fusée a été enregistré dans le référentiel terrestre.

1 Position et vitesse de la fusée au décollage

t (s)	y (m)	v_y (m · s^{-1})
0,20	30,1	0
0,60	31,5	v2
1,00	33,3	6,8
1,40	36,9	9,6

2 Évolution de la valeur de la vitesse de la fusée au cours du temps



1. Estimer, à l'aide du tableau du **doc.** 1, la valeur de v_2. Détailler la démarche et vérifier que ce résultat est cohérent avec le graphe du **doc. 2**.

2. Établir l'équation horaire de la vitesse de la fusée à l'aide du graphe du **doc. 2**.

3. Montrer que la valeur de l'accélération de la fusée pendant la durée de l'étude est proche de 7 m · s^{-2}.

4. Préciser, en justifiant, le type de mouvement de la fusée au décollage.

5. En déduire la direction et le sens du vecteur accélération de la fusée.

Conseils

1. Utiliser au point M_i : $v_i = \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$

2. Modéliser $v(t)$ par une droite.

3. Calculer le coefficient directeur de la droite.

4. Raisonner sur la trajectoire et sur l'évolution de la vitesse.

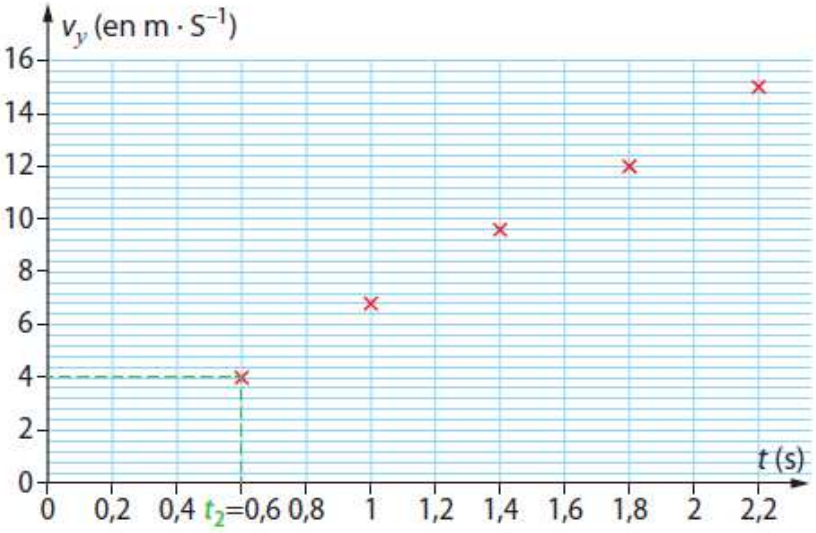
5. Connaître les caractéristiques de $\vec{a}$ pour un mouvement rectiligne uniformément accéléré.

40 Estimation de l'accélération au décollage d'une fusée

1. Pour calculer la valeur de la vitesse instantanée au point M_2, on utilise la formule :

$$v_2 = \frac{M_1M_3}{t_3 - t_1} = \frac{33{,}3 - 30{,}1}{1{,}00 - 0{,}20} = 4{,}00 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Par lecture graphique, la valeur de v_y à $t_2 = 0{,}60$ s correspond bien à la valeur trouvée : $v_y(0{,}60 \text{ s}) = 4{,}0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$



2. Les points expérimentaux du graphique du **doc. 2** sont modélisables par une fonction linéaire de type $y = a \times x$.
Le coefficient directeur de cette droite vaut à l'aide du point A(0 ; 0) et du point B(0,6 ; 4,0) :

$$\text{pente} = a = \frac{4{,}0 - 0}{0{,}6 - 0} = 6{,}7$$

L'équation horaire de la vitesse de la fusée est :

$$v_y(t) = 6{,}7 \times t$$

3. Par définition : $a_y(t) = \dfrac{\mathrm{d}v_y(t)}{\mathrm{d}t}$

Donc le coefficient directeur de la droite d'équation :

$$v_y(t) = 6{,}7 \times t$$

est égale à l'accélération a_y.
On retrouve bien que $a_y(t) = 6{,}7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, soit environ $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ avec 1 seul chiffre significatif.

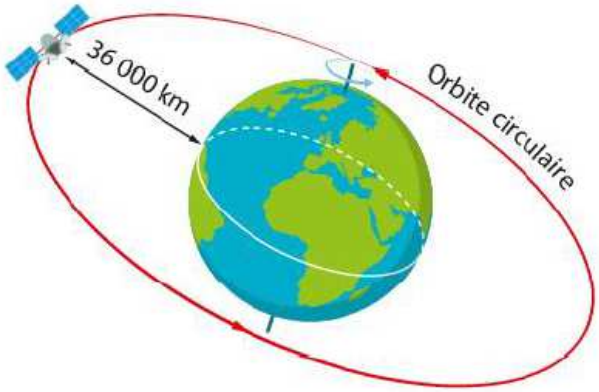
4. Au décollage, la fusée a un mouvement rectiligne et uniformément accéléré, car l'équation horaire de la vitesse est du type $v_y(t) = a_y \times t + v_{0_y}$ (voir **Cours**), avec $v_{0_y} = 0$ d'après le tableau du **doc. 1** et le graphique du **doc. 2**.

5. Le vecteur accélération est vertical (direction) et dirigé vers le haut, donc dans le sens du mouvement puisque le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.

41 Accélération d'un satellite géostationnaire

30 min

Un satellite géostationnaire évolue dans le plan équatorial de la Terre.
Il tourne dans le sens de rotation de la Terre et reste à chaque instant à la verticale d'un même point de la Terre.
Il possède un mouvement circulaire et uniforme à l'altitude $h = 36\,000$ km du sol dans le référentiel géocentrique.



Données : Rayon de la Terre : $R_T = 6\,400$ km

1. Préciser la durée T nécessaire à un satellite géostationnaire pour effectuer un tour complet autour du centre de la Terre.

2. Montrer que la vitesse d'un satellite géostationnaire dans le référentiel géocentrique est proche de $3\,100\ m \cdot s^{-1}$.

3. Montrer qu'un satellite géostationnaire possède une accélération.

4. En utilisant le repère de Frenet, déterminer les caractéristiques de $\vec{a}$ d'un satellite géostationnaire.

Conseils

1. Comprendre la notion d'immobilité du satellite dans le référentiel terrestre.

2. Savoir que la vitesse lors d'un mouvement uniforme est la vitesse moyenne. Connaître la circonférence d'un cercle. Convertir dans les unités.

3. Appliquer la définition du vecteur $\vec{a}$.

4. Appliquer la définition de $\vec{a}$ dans le repère de Frenet avec v constante.

41 Accélération d'un satellite géostationnaire

1. Un satellite géostationnaire reste à la verticale d'un même point sur la Terre à chaque instant, ceci est possible car sa période de révolution T est exactement égale à la période de rotation de la Terre autour d'elle-même, c'est-à-dire 24 h (ou plus précisément 23 h 56 min 4 s).

2. Au bout d'une période T, le satellite a parcouru une distance égale au périmètre de son orbite de rayon $r = R_T + h$.

$$v = \frac{\text{distance}}{} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi(6\,400 \times 10^3 + 36\,000 \times 10^3}{24 \times 3\,600} = 3\,083\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Cette valeur est bien proche de 3 100 $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. Par définition $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

Or pour un mouvement circulaire, même uniforme, la direction et le sens du vecteur vitesse varie, il y a donc une accélération.

4. Dans le repère de Frenet, on a :

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{v^2(t)}{r}\vec{N} + \frac{dv(t)}{dt}\vec{T},$$

or la vitesse est constante, donc : $\frac{dv(t)}{dt} = 0$,

on en déduit que : $\vec{a}(t) = \frac{v^2(t)}{r}\vec{N}$. L'accélération est normale, il n'y a pas de composante tangentielle.