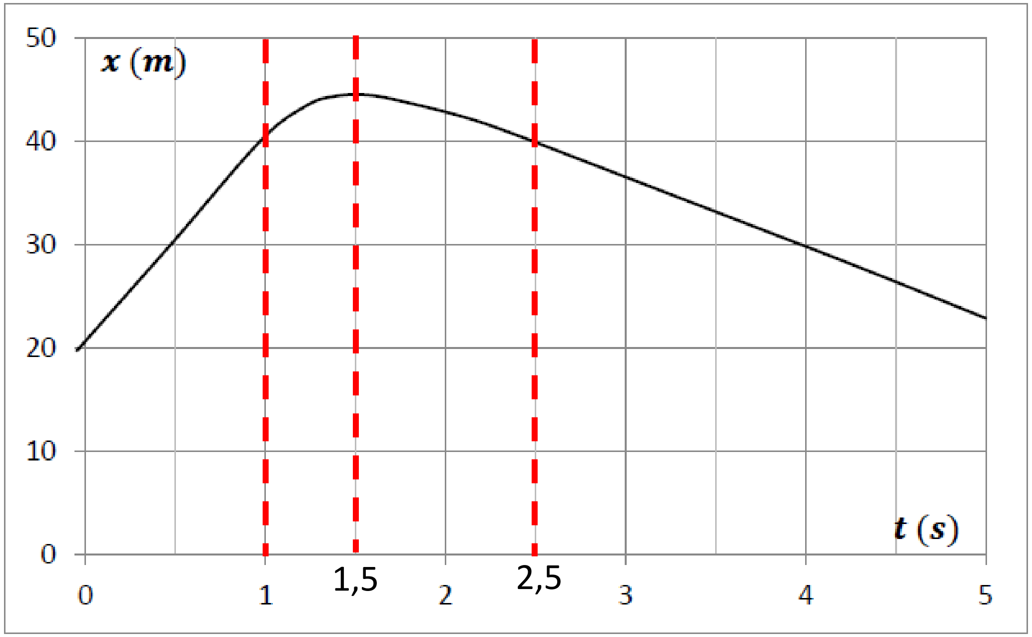
Exercice 1.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution temporelle de la coordonnée x d'un point se déplaçant rectilignement selon un axe Ox.



Questions.

1. Donner la nature du mouvement :
   a) entre 0 et 1 s
   b) entre 1 s et 1,5 s
   c) entre 1,5 s et 2,5 s
   d) à partir de 2,5 s
2. Déterminer la valeur de la vitesse :
   a) à 0,5 secondes
   b) à 1,5 s
   c) à 3,5 s

$v_x(t_1) = \frac{dx}{dt}(t_1)$ = $\boldsymbol{K}$ coefficient directeur de la tangente de la courbe à t_1 → **valeur** de vitesse : $v = |v_x| = |\boldsymbol{K}|$ **(toujours positive !)**

entre 0 et 1s : → $|\boldsymbol{K}|$ constante → $\boldsymbol{v}$ constante → mvt **uniforme** et **dans le sens de l'axe** $(\boldsymbol{Ox})$ car x ↗ (ou **K > 0**)

entre 1s et 1,5s : → $|\boldsymbol{K}|$ ↘ → $\boldsymbol{v}$ ↘ → mvt **ralenti** et **dans le sens de** $(\boldsymbol{Ox})$ car x ↗ (**K > 0**))

entre 1,5s et 2,5s : → $|\boldsymbol{K}|$ ↗ → $\boldsymbol{v}$ ↗ → mvt **accéléré** et dans le sens opposé à (Ox) car x ↘ (ou **K < 0**)

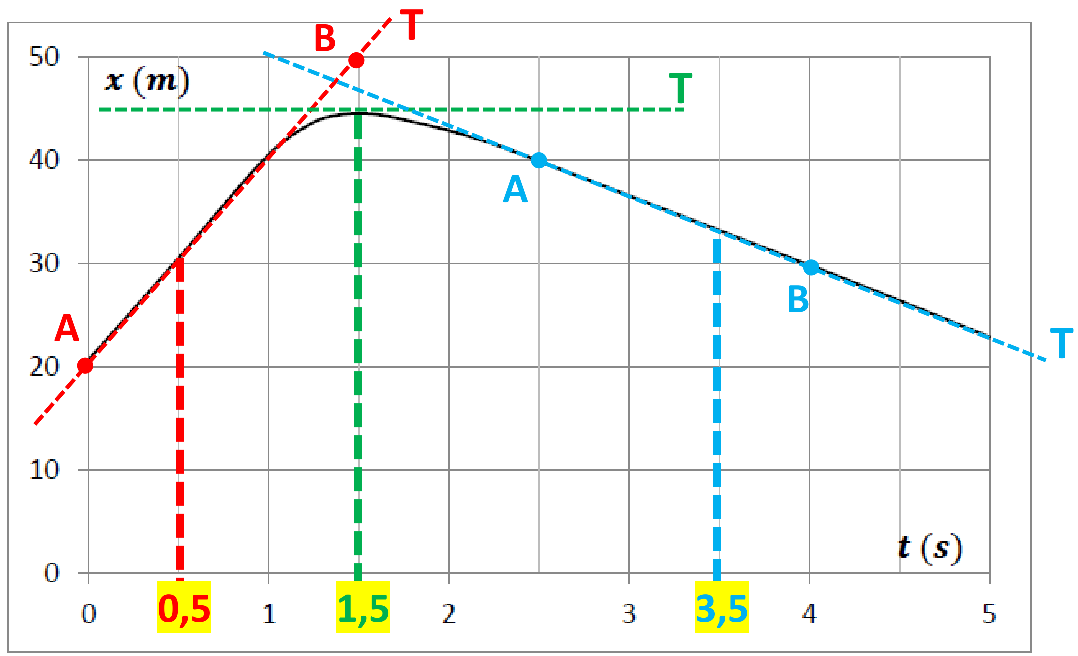
à partir de 2,5s : → $|\boldsymbol{K}|$ constante → $\boldsymbol{v}$ constante → mvt **uniforme** et dans le sens opposé à (Ox) car x ↘ (ou **K < 0**)

Exercice 1.

Le graphique ci-dessous représente l'évolution temporelle de la coordonnée x d'un point se déplaçant rectilignement selon un axe Ox.

Questions.

1. Donner la nature du mouvement :
   a) entre 0 et 1 s
   b) entre 1 s et 1,5 s
   c) entre 1,5 s et 2,5 s
   d) à partir de 2,5 s
2. Déterminer la valeur de la vitesse :
   a) à 0,5 secondes
   b) à 1,5 s
   c) à 3,5 s



$v_x(t_1) = \frac{dx}{dt}(t_1)$ = $\boldsymbol{K}$ coefficient directeur de la tangente de la courbe à t_1 → valeur de vitesse : $v = |v_x| = |\boldsymbol{K}|$ (toujours positive !)

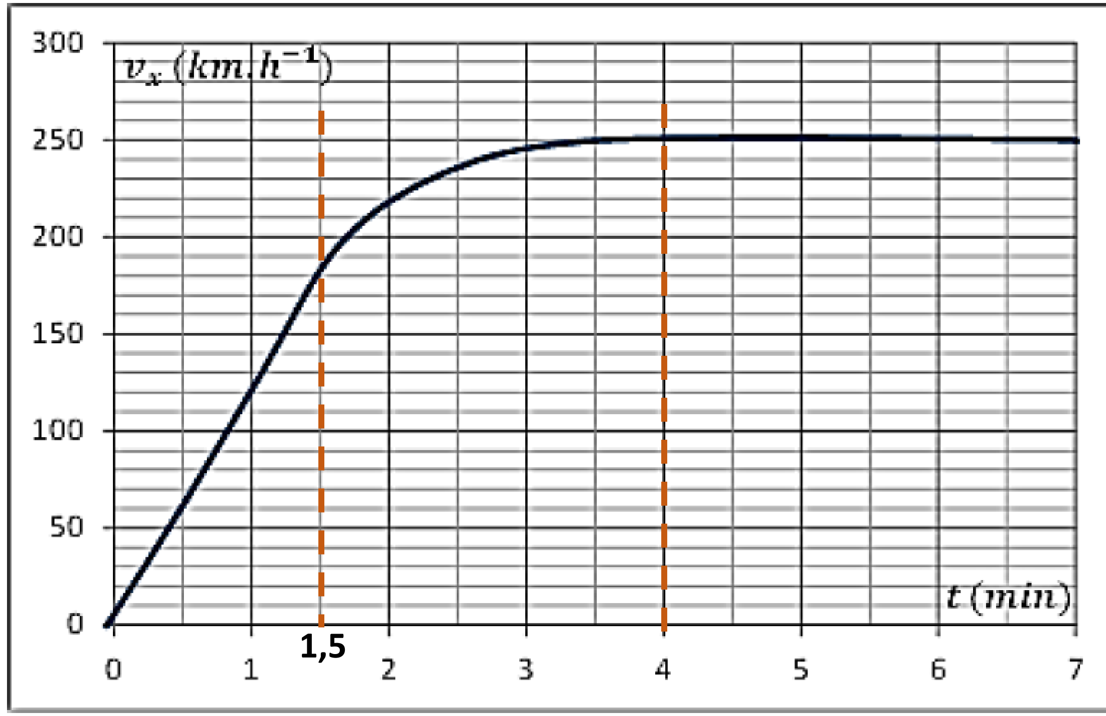
$$v(0{,}5\ s) = |\boldsymbol{K}(\boldsymbol{0,5s})| = \left|\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right| = \frac{50 - 20}{1{,}5 - 0} = 20\ m.s^{-1}$$

$v(1{,}5\ s) = |\boldsymbol{K}(\boldsymbol{1,5s})| = 0\ m.s^{-1}$ car **T** horizontale !

$$v(3{,}5\ s) = |\boldsymbol{K}(\boldsymbol{3,5s})| = \left|\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right| = \left|\frac{30 - 40}{4{,}0 - 2{,}5}\right| = |-6{,}7\ | = 6{,}7\ m.s^{-1}$$

Exercice 2.

Le graphique ci-contre représente l'évolution temporelle de la coordonnée v_x du vecteur vitesse du centre d'inertie d'un train qui se déplace rectilignement selon un axe Ox.

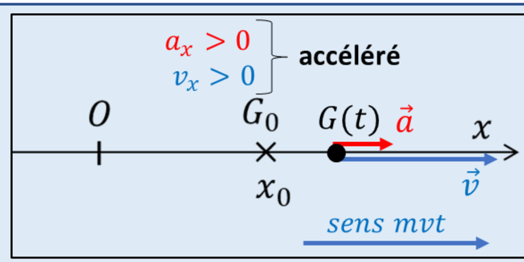


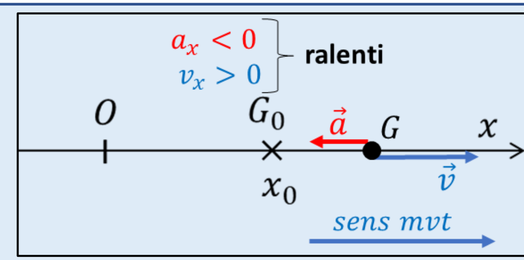
Questions.

1. Donner la nature du mouvement :
   - **a)** entre 0 et 1 min 30 s
   - **b)** entre 1 min 30 s et 4 min
   - **c)** à partir de 4 minutes
2. Déterminer la valeur de l'accélération :
   - **a)** à 1 minute
   - **b)** à 2 minutes
   - **c)** à 5 minutes

$$a_x(t_1) = \frac{dv_x}{dt}(t_1)$$

= $\boldsymbol{K}$: coefficient directeur de la tangente de la courbe à t_1





entre 0 et 1,5min : → $\boldsymbol{K}$ constante → a_x constante → mvt **uniformément accéléré**

entre 1,5min et 4min : → $\boldsymbol{K > 0 \rightarrow a_x > 0}$ et $\boldsymbol{v_x > 0}$ → mvt **accéléré**

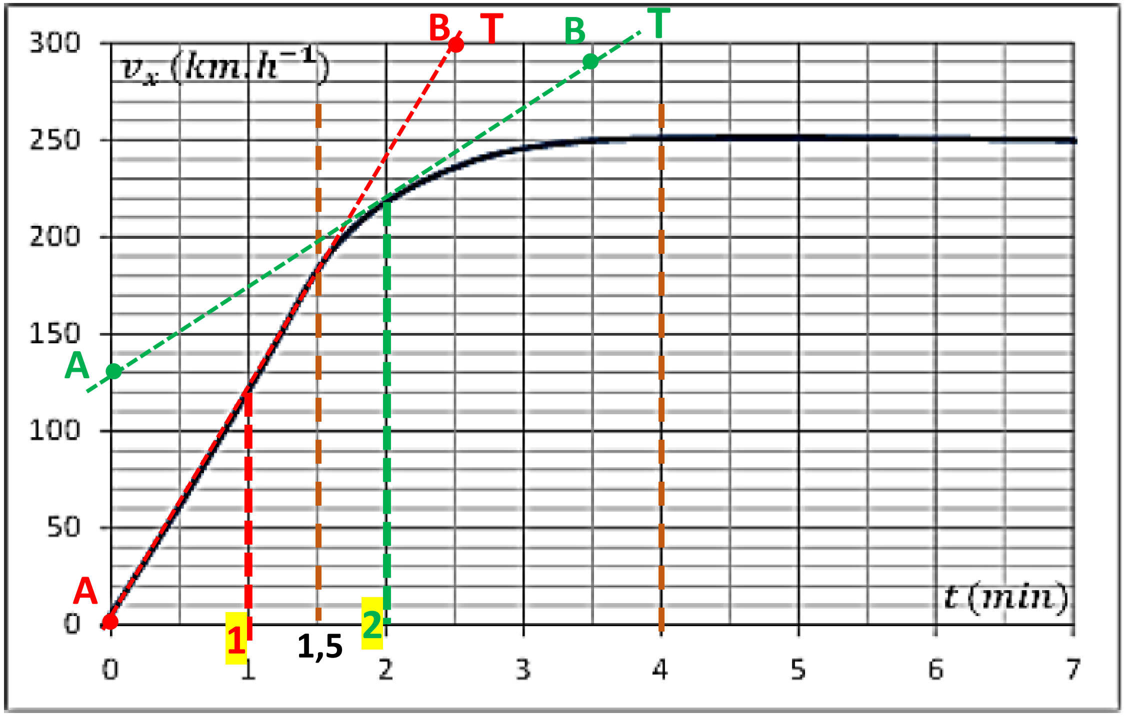
à partir de 4min : → $\boldsymbol{K = 0}$ → $\boldsymbol{a_x = 0}$ → mvt **uniforme (vitesse constante)**

Exercice 2.

Le graphique ci-contre représente l'évolution temporelle de la coordonnée v_x du vecteur vitesse du centre d'inertie d'un train qui se déplace rectilignement selon un axe Ox.

Questions.

1. Donner la nature du mouvement :
   a) entre 0 et 1 min 30 s
   b) entre 1 min 30 s et 4 min
   c) à partir de 4 minutes
2. Déterminer la valeur de l'accélération :
   a) à 1 minute
   b) à 2 minutes
   c) à 5 minutes



$a_x(t_1) = \frac{dv_x}{dt}(t_1)$ = $\boldsymbol{K}$ coefficient directeur de la tangente de la courbe à t_1 → **valeur** de l'accélération: $a = |a_x| = |\boldsymbol{K}|$ (**toujours positive !**)

$$a(1min) = |\boldsymbol{K}(1min)| = \left|\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right| = \frac{300-0}{2{,}5-0} = (120\ km.h^{-1}).min^{-1}$$

: le train gagne de la vitesse à raison de 120 km/h chaque minute

$$a(2min) = |\boldsymbol{K}(2min)| = \left|\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}\right| = \frac{290-130}{3{,}5-0} = (46\ km.h^{-1}).min^{-1}$$

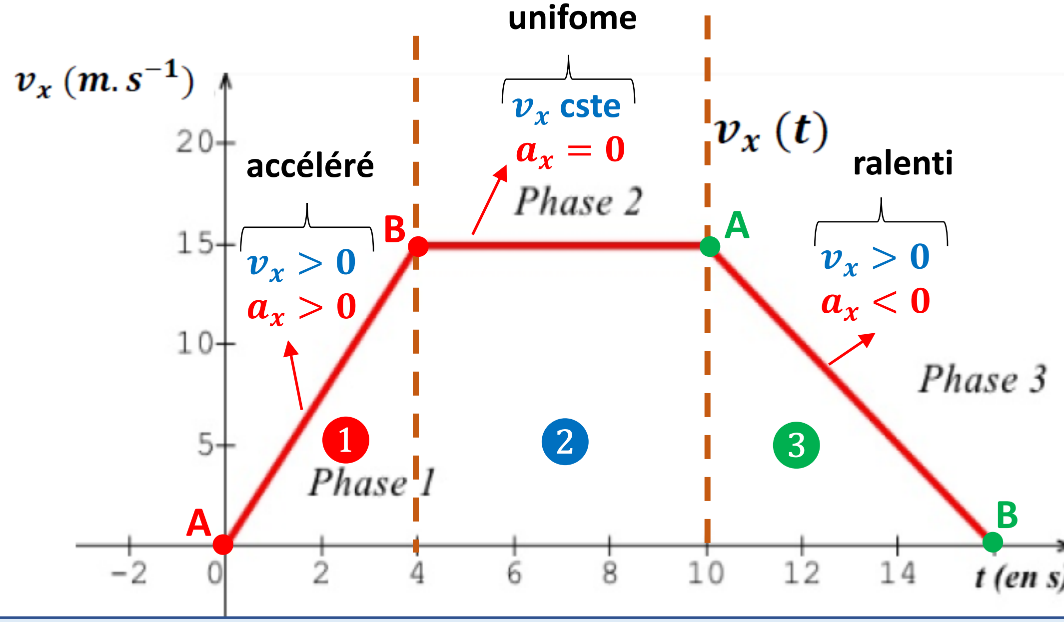
: le train gagne de la vitesse à raison de 46 km/h par minute **à cet instant**

Exercice 3.

On s'intéresse au mouvement d'un point G qui se déplace rectilignement selon un axe Ox. On note x sa position sur cet axe et v_x sa vitesse algébrique. Le graphique ci-contre donne l'évolution temporelle de la vitesse algébrique v_x : $v_x(t)$.

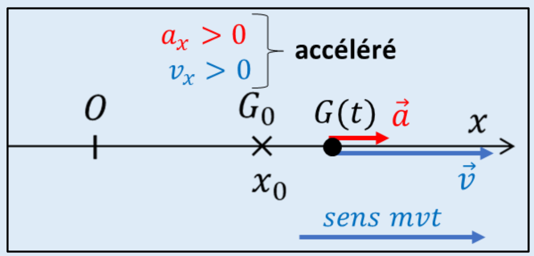
Questions.

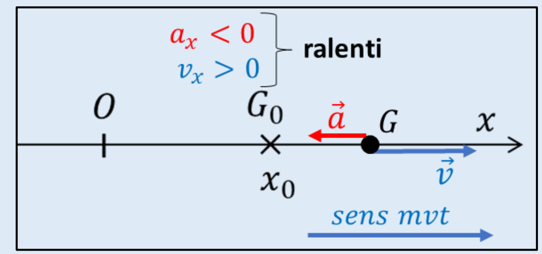
1. Donner la nature du mouvement du point G au cours des trois phases.
2. Calculer l'accélération algébrique a_x du point G au cours des trois phases.



$$a_x(t_1) = \frac{dv_x}{dt}(t_1)$$

= K : coefficient directeur de la tangente de la courbe à t_1





$$a_x(1) = K(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{15 - 0}{4 - 0} = (3{,}8\ m.s^{-1}).s^{-1} = 3{,}8\ m.s^{-2}$$

$$a_x(2) = K(2) = 0\ m.s^{-2}$$

$$a_x(3) = K(3) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 15}{16 - 10} = -2{,}5\ m.s^{-2}$$

Exercice 4.

Les représentations graphiques ci-contre décrivent un mouvement rectiligne selon un axe Ox.

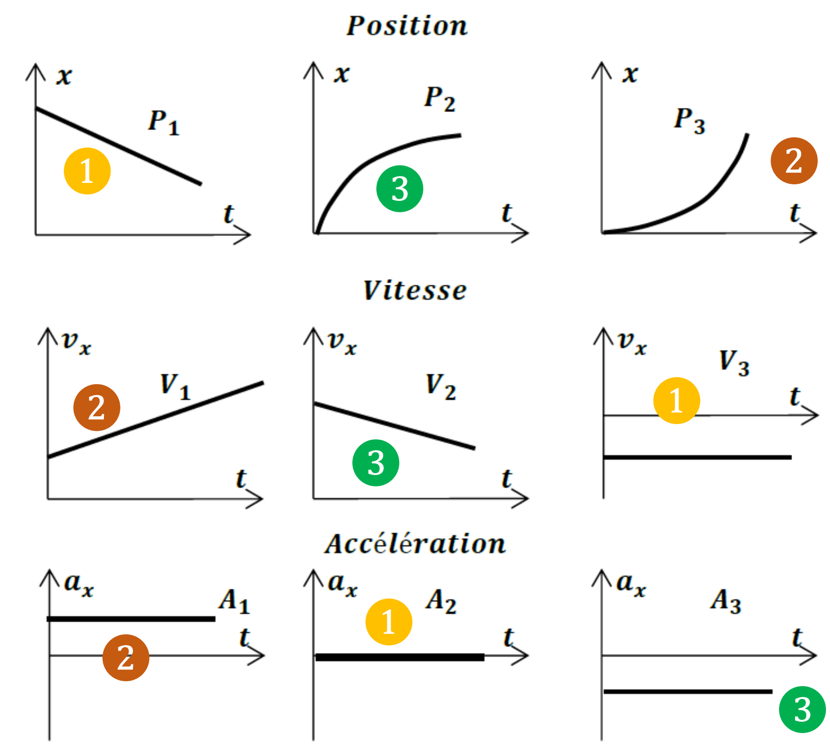
Question.

Préciser les combinaisons de graphiques ($P_? + V_? + A_?$) correspondant à :

1 **a)** un mouvement uniforme v_x **cste** $a_x = 0$

2 **b)** un mouvement uniformément accéléré $|v_x| \nearrow$ a_x **cste**

3 **c)** un mouvement uniformément ralenti $|v_x| \searrow$ a_x **cste**



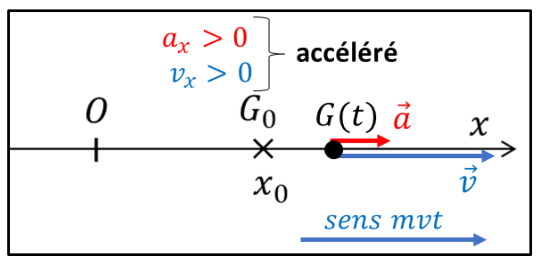
$$v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow x \text{ est une primitive de } v_x$$

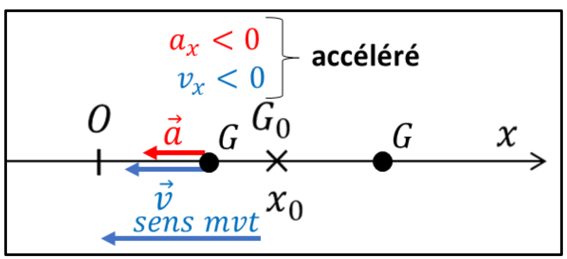
$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \rightarrow v_x \text{ est une primitive de } a_x$$

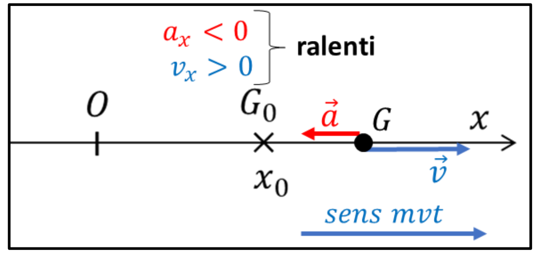
la primitive d'une constante $f(t) = A$ est une affine : $\mathrm{F(t)} = At + C_2$

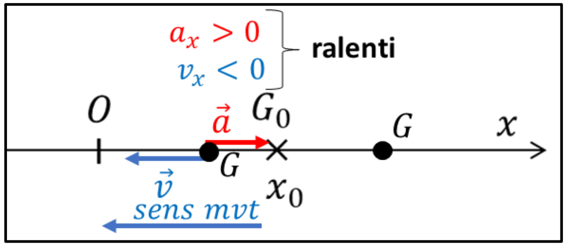
la primitive d'une affine $f(t) = At + B$ est un polynôme du 2[nde] degré :

$$\mathrm{F(t)} = \frac{A}{2}t^2 + Bt + C_3$$









Exercice 5.

On lance vers le bas une balle. On définit un repère $(O;\vec{\imath})$ limité à un seul axe (chute verticale) choisi vertical vers le bas. La coordonnée du centre d'inertie G de la balle dans ce repère est :

$$x(t) = 4{,}9t^2 + 8{,}1t + 2 \text{ avec } y \text{ en } m \text{ et } t \text{ en } s.$$

Questions.

1. Déterminer la coordonnée $v_x(t)$ du vecteur vitesse. Déterminer la vitesse initiale de la balle.
2. Montrer que l'accélération du point G est constante et calculer sa valeur.

1.

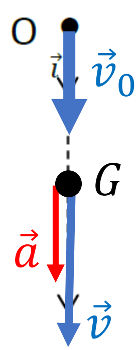
$$\boldsymbol{v_x = \frac{dx}{dt}} = 4{,}9 \times 2 \times t + 8{,}1 \qquad \boldsymbol{v_x(t) = 9,8 \times t + 8,1}$$

$v_{0x} = v_x(\mathrm{t}=0) = 8{,}1$ → **valeur** de vitesse : $v_0 = |v_{0x}|$ (**toujours positive !**) $\boldsymbol{v_0 = 8,1\ m.s^{-1}}$

2.

$$\boldsymbol{a_x = \frac{dv_x}{dt}} = 9{,}8 = \textbf{cste}$$

→ **valeur** de l'accélération : $a = |a_x|$ (**toujours positive !**) $\boldsymbol{a = 9,8\ m.s^{-2}}$

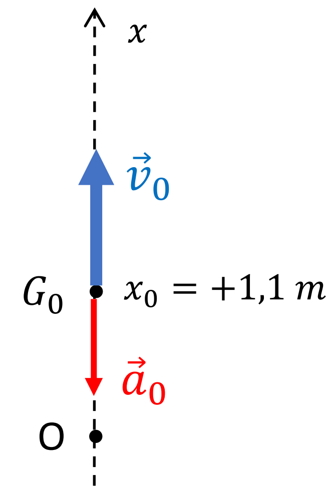


$$\left.\begin{aligned} v_x(t) &> 0 \quad \forall t \\ a_x &= 9{,}8 > 0 \end{aligned}\right\} \textbf{accéléré}$$

$a_x = \text{cste}$ **→ uniformément accéléré**

Exercice 6.

Un point G est lancé verticalement vers le haut selon un axe Ox orienté vers le haut, du point de coordonnée $x_0 = +1{,}1\ m$, avec une vitesse initiale verticale vers le haut de valeur $v_0 = 5{,}0\ m.s^{-1}$. Il est soumis à une accélération constante verticale vers le bas et de valeur : $a_0 = 10\ m.s^{-2}$.



Questions.

1. Déterminer les équations horaires de position $x(t)$ et de vitesse $v_x(t)$ du point.
2. Quelle hauteur maximale atteint le point ?
3. À quel instant τ et avec quelle vitesse passe-t-il en $x = 0$?

1.

$$a_x(t) = -\boldsymbol{a_0}$$

or $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ $\rightarrow$ v_x est une primitive de a_x

on primitive

une constante

$$a_x = -a_0 \quad \Rightarrow \quad v_x = -a_0 t \ + C_1$$

+ cste !

identification de C_1 aux conditions initiales :

$$v_{0x} = -a_0 \times 0 + C_1 = +v_0$$

$$\rightarrow C_1 = +\boldsymbol{v_0}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v_x = -a_0 t + v_0}$$

équation horaire de vitesse

or $v_x = \frac{dx}{dt} \rightarrow x$ est une primitive de v_x

on primitive

une affine

$$v_x = -a_0 t + v_0 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{a_0}{2}t^2 + v_0 t \ + C_2$$

+ cste !

identification de C_2 aux conditions initiales :

$$x_0 = -\frac{a_0}{2} \times 0^2 + v_0 \times 0 + C_2$$

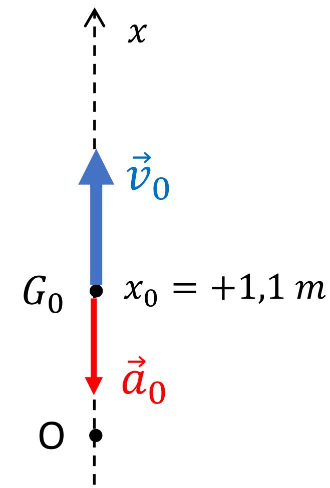
$$\rightarrow C_2 = +\boldsymbol{x_0}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{x = -\frac{a_0}{2}t^2 + v_0 t + x_0}$$

équation horaire de position

Exercice 6.

Un point G est lancé verticalement vers le haut selon un axe Ox orienté vers le haut, du point de coordonnée $x_0 = +1{,}1\ m$, avec une vitesse initiale verticale vers le haut de valeur $v_0 = 5{,}0\ m.s^{-1}$. Il est soumis à une accélération constante verticale vers le bas et de valeur : $a_0 = 10\ m.s^{-2}$.



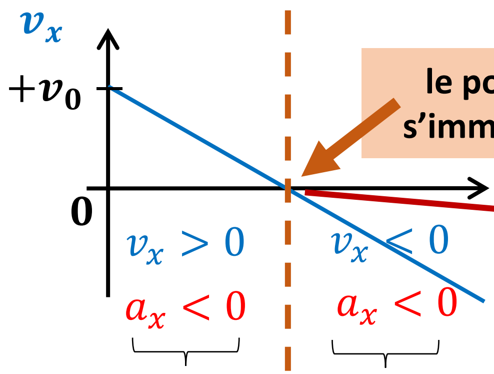
Questions.

1. Déterminer les équations horaires de position $x(t)$ et de vitesse $v_x(t)$ du point.
2. Quelle hauteur maximale atteint le point ?
3. À quel instant τ et avec quelle vitesse passe-t-il en $x = 0$?

$$\boldsymbol{v_x = -a_0 t + v_0}$$

$$\boldsymbol{x = -\frac{a_0}{2} t^2 + v_0 t + x_0}$$

2.



le point G s'immobilise → **à cet instant : hauteur maximale !**

→ unif. ralenti

→ le point G monte en ralentissant

→ unif. accéléré

→ le point G retombe en accélérant

$\boldsymbol{t_S}$: instant d'immobilisation

$$v_x(t_S) = 0 = -a_0 t_S + v_0 \quad \rightarrow \boldsymbol{t_S} = \frac{\boldsymbol{v_0}}{\boldsymbol{a_0}} = \frac{5{,}0}{10} = 0{,}50\ s$$

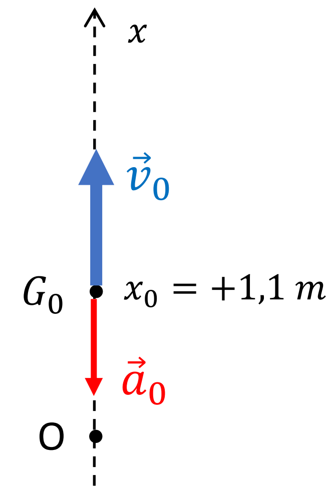
on remplace dans x pour avoir la hauteur maximale $\boldsymbol{H}$:

$$\boldsymbol{H} = x(0{,}50\ s) = -\frac{10}{2}(0{,}50)^2 + 5{,}0 \times 0{,}50 + 1{,}1$$

$$\boldsymbol{= 2{,}3\ m}$$

Exercice 6.

Un point G est lancé verticalement vers le haut selon un axe Ox orienté vers le haut, du point de coordonnée $x_0 = +1{,}1\ m$, avec une vitesse initiale verticale vers le haut de valeur $v_0 = 5{,}0\ m.s^{-1}$. Il est soumis à une accélération constante verticale vers le bas et de valeur : $a_0 = 10\ m.s^{-2}$.



Questions.

1. Déterminer les équations horaires de position $x(t)$ et de vitesse $v_x(t)$ du point.
2. Quelle hauteur maximale atteint le point ?
3. À quel instant τ et avec quelle vitesse passe-t-il en $x = 0$?

$$\boldsymbol{v_x = -a_0 t + v_0}$$

$$\boldsymbol{x = -\frac{a_0}{2}t^2 + v_0 t + x_0}$$

3.

à t $= \tau$: $x = 0$ $\quad \rightarrow 0 = -\frac{a_0}{2}\tau^2 + v_0\tau + x_0$

→ polynôme du 2nde degré à résoudre : $a\,\tau^2 + b\tau + c = \mathbf{0}$

$a = -\frac{a_0}{2} = -\frac{10}{2} = -5{,}0 \qquad b = v_0 = 5{,}0 \qquad c = x_0 = 1{,}1$

solutions de la forme : $\tau = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\qquad$ avec $\Delta = b^2 - 4ac = 5{,}0^2 - 4 \times (-5{,}0) \times 1{,}1 = 47$

$\tau_1 = \dfrac{-5{,}0 + \sqrt{47}}{-10} = -0{,}19$ s $\qquad \tau_2 = \dfrac{-5{,}0 - \sqrt{47}}{-10} = 1{,}2\ s$

pas de sens physique

$$\boldsymbol{\tau = 1{,}2\ s}$$

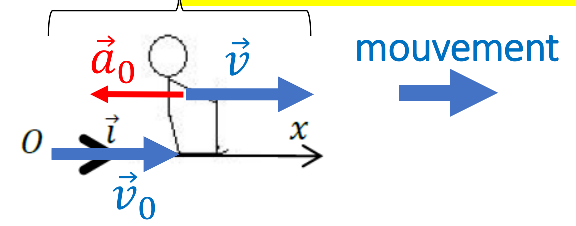
Exercice 7.

Un skieur de centre d'inertie G part du point O avec une vitesse initiale dans le sens de l'axe (Ox) et de valeur $v_0 = 1{,}50\ m.s^{-1}$ (voir schéma). Il se laisse glisser parallèlement à l'axe (Ox) dans le sens des x positifs jusqu'à s'immobiliser. Pendant le mouvement, l'accélération de G est constante mais de sens opposé à l'axe (Ox) et de valeur : $a_0 = 0{,}10\ m.s^{-2}$.

Questions.

1. Quelle est la nature du mouvement de G ?
2. Déterminer les équations horaires de vitesse et de position de G.
3. Déterminer le temps nécessaire pour que le skieur s'immobilise.
4. À quelle distance du point O le skieur s'immobilise-t-il ?

1. **→ uniformément ralenti**



2. $a_x(t) = -\boldsymbol{a_0}$

or $a_x = \dfrac{dv_x}{dt}$ → v_x est une primitive de a_x

on primitive une constante

$a_x = -a_0$ ➡ $v_x = -a_0 t \ + C_1$ **+ cste !**

identification de C_1 aux conditions initiales :

$$v_{0x} = -a_0 \times 0 + C_1 = +\boldsymbol{v_0}$$

$$\rightarrow C_1 = +\boldsymbol{v_0}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{v_x = -a_0 t + v_0}$$

équation horaire de vitesse

or $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ → x est une primitive de v_x

on primitive une affine

$v_x = -a_0 t + v_0$ ➡ $x = -\dfrac{a_0}{2} t^2 \ + v_0 t \ + C_2$ **+ cste !**

identification de C_2 aux conditions initiales :

$$x_0 = -\frac{a_0}{2} \times 0^2 + v_0 \times 0 + C_2$$

$$\rightarrow C_2 = +\boldsymbol{x_0} = \boldsymbol{0}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{x = -\frac{a_0}{2} t^2 + v_0 t}$$

équation horaire de position

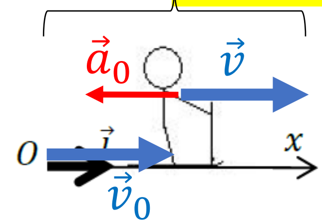
Exercice 7.

Un skieur de centre d'inertie G part du point O avec une vitesse initiale dans le sens de l'axe (Ox) et de valeur $v_0 = 1,50\ m.s^{-1}$ (voir schéma). Il se laisse glisser parallèlement à l'axe (Ox) dans le sens des x positifs jusqu'à s'immobiliser. Pendant le mouvement, l'accélération de G est constante mais de sens opposé à l'axe (Ox) et de valeur : $a_0 = 0,10\ m.s^{-2}$.

Questions.

1. Quelle est la nature du mouvement de G ?
2. Déterminer les équations horaires de vitesse et de position de G.
3. Déterminer le temps nécessaire pour que le skieur s'immobilise.
4. À quelle distance du point O le skieur s'immobilise-t-il ?

1. **→ uniformément ralenti**



mouvement

3. $\boldsymbol{v_x = -a_0 t + v_0}$ $\boldsymbol{x = -\frac{a_0}{2}t^2 + v_0 t}$

Arrêt du skieur ⇔ $\Leftrightarrow\ 0 = -a_0 t_A + v_0\ \Leftrightarrow\ t_A = \frac{v_0}{a_0} = \frac{1,50}{0,10}$ $\boldsymbol{= 15\ s}$

4. ***D***istance d'arrêt : $\boldsymbol{D} = +x(15\ s) = -\frac{0,10}{2}(15)^2 + 1,50 \times 15$

$= -11 + 23$

$\boldsymbol{= 12\ m}$