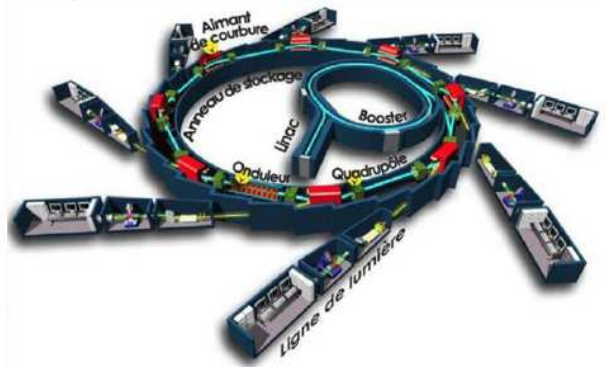


Exercice 1 Le canon à électrons du synchrotron SOLEIL

Le synchrotron SOLEIL (schéma ci-contre) est un accélérateur de particules dont le 1^{er} maillon de la chaîne est la rampe de lancement des électrons : un accélérateur linéaire (« LINAC ») situé au centre de l'accélérateur, d'une longueur de 16 m dont le rôle est de fabriquer un faisceau d'électrons. Le LINAC débute par un canon à électrons.

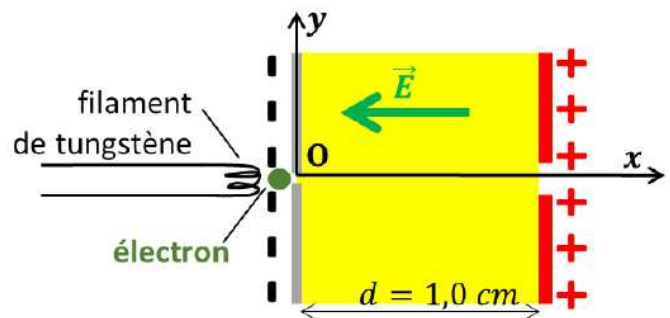
Pour en savoir plus sur SOLEIL : <http://www.synchrotron-soleil.fr/>

Synchrotron SOLEIL



Le canon à électrons (schéma ci-contre) est constitué d'un filament de tungstène qui, chauffé, produit des électrons qu'un champ électrique $\vec{E}$ uniforme, crée par un condensateur plan, accélère. La valeur du champ électrique, exprimée en $V.m^{-1}$, est $E = \frac{U}{d}$ avec U la tension électrique entre les deux plaques. On s'intéresse ici au mouvement d'un électron lorsqu'il pénètre dans le condensateur. L'étude est réalisée dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen et muni du repère orthonormé (Ox, Oy) . On suppose que l'électron pénètre dans le condensateur en O avec une vitesse nulle.

Schéma du canon à électrons du LINAC



Données :

masse de l'électron $m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

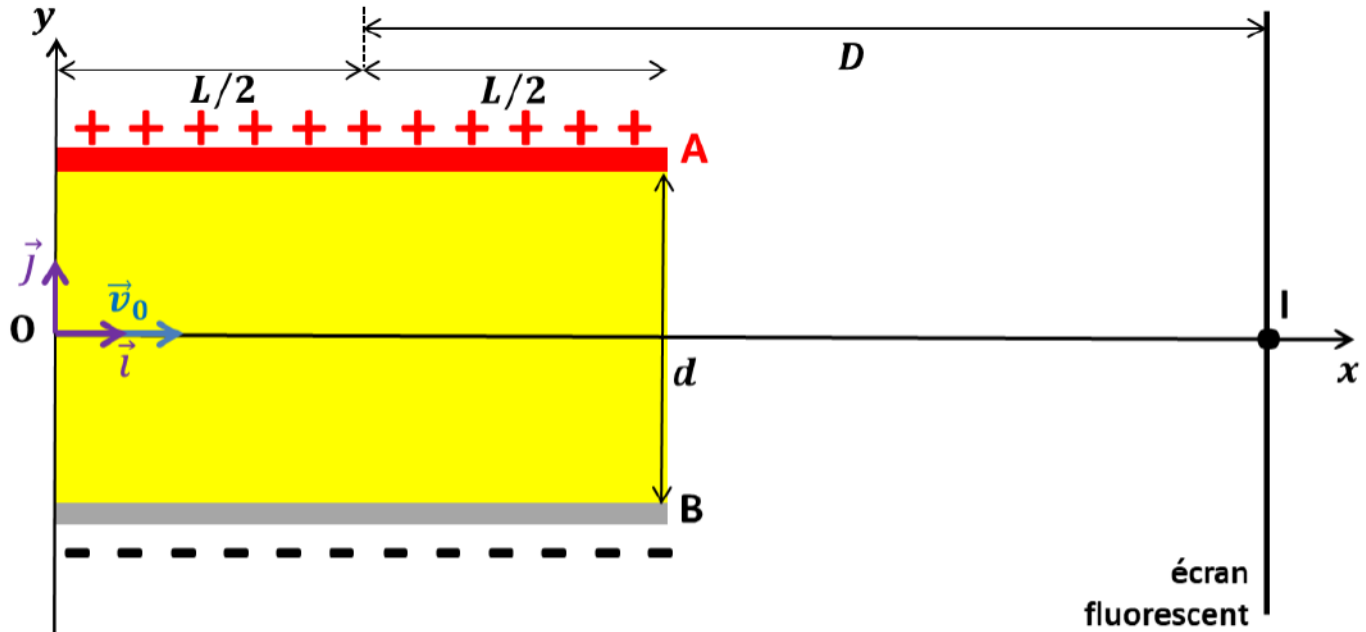
charge électrique « élémentaire » : $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

$U = 90 \text{ kV}$

1. Montrer par un calcul que la valeur du poids de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique subie par l'électron.
2. Exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ de l'électron en fonction du champ électrique $\vec{E}$.
3. Exprimer les coordonnées de $\vec{E}$ en fonction des données de l'énoncé et en déduire celles de $\vec{a}$.
4. Établir les équations horaires de position et de vitesse de l'électron.
5. Montrer que le mouvement de l'électron dans le condensateur est rectiligne.
6. Calculer le temps que met l'électron pour sortir du condensateur.
7. Calculer la vitesse de l'électron à la sortie du condensateur. Comparer avec la vitesse de la lumière dans le vide.

Exercice 2 Le tube cathodique

Un électron pénètre en un point O avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ à l'intérieur d'un condensateur plan dans lequel règne le vide (voir schéma ci-dessous). Entre les deux plaques horizontales A et B de ce condensateur, séparées par la distance d , règne un champ électrique $\vec{E}$ uniforme créée par la tension U appliquée entre les deux plaques. L'électron dévié par le champ électrique va ensuite frapper un écran fluorescent : un point lumineux apparaît alors au point d'impact.



Données :

$$v_0 = 3,00 \times 10^4 \text{ km.s}^{-1}$$

$$U = 100 \text{ V}$$

$$L = 10 \text{ cm}$$

$$d = 5,0 \text{ cm}$$

$$D = 20 \text{ cm}$$

$$\text{masse de l'électron } m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{charge électrique « élémentaire » : } e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{intensité de la pesanteur : } g = 10 \text{ m.s}^{-2}$$

L'électron dans le condensateur

1. Représenter sur le schéma ci-dessus le champ électrique $\vec{E}$ et calculer sa valeur $E = \frac{U}{d}$ en V.m^{-1} .
2. Montrer que l'action du champ de pesanteur sur l'électron est négligeable devant celle du champ électrique $\vec{E}$.
3. Exprimer, dans le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j})$ les coordonnées du champ électrique $\vec{E}$ en fonction de E .
4. Déterminer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de l'électron en fonction de E , m et e .
5. En déduire les coordonnées de la vitesse $\vec{v}$ et de la position $\overrightarrow{OG}$ en fonction de E , m , e , v_0 .
6. Établir l'équation de la trajectoire de l'électron et préciser sa nature.
7. Calculer les coordonnées du point de sortie S du condensateur de l'électron. Placer qualitativement, sur le schéma ci-dessus, le point S et représenter l'allure de la trajectoire de l'électron dans le condensateur.

L'électron à la sortie du condensateur

8. Quel est le mouvement de l'électron à la sortie du condensateur ? Représenter qualitativement, sur le schéma ci-dessus, le point d'impact E de l'électron sur l'écran.
9. Si la tension entre les plaques A et B du condensateur est alternative et sinusoïdale, qu'observerait-on à l'écran ?

Exercice 1 :

1.

L'électron est soumis à :

- son poids : $\vec{P} = m\vec{g}$
- la force électrique : $\vec{F}_{\text{él}} = q\vec{E} = -e\vec{E}$

Rapport des valeurs de force pour les comparer :

$$\begin{aligned}\frac{F_{\text{él}}}{P} &= \frac{eE}{mg} = \frac{eU}{mgd} \\ &= \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 90 \times 10^3}{9,1 \times 10^{-31} \times 9,81 \times 1,0 \times 10^{-2}} \\ &= 1,6 \times 10^{17}\end{aligned}$$

$$\frac{F_{\text{él}}}{P} \gg 1$$

$$F_{\text{él}} \gg P$$

→ poids négligeable devant la force électrique

2. 2^{ème} loi de Newton (PFD) appliqué à l'électron :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{él}} = m\vec{a}$$

$$-e\vec{E} = m\vec{a}$$

$$\rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

3. $\vec{E} \begin{pmatrix} E_x = -E \\ E_y = 0 \end{pmatrix}$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = -\frac{e}{m}E_x = -\frac{e}{m} \times (-E) \\ a_y = -\frac{e}{m}E_y = -\frac{e}{m} \times 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = +\frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$$

avec : $E = \frac{U}{d}$

4.

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = +\frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \xrightarrow{\text{on primitive } \vec{a}} \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +\frac{eE}{m}t + C_1 \\ v_y = C_2 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = 0 + C_1 \\ v_{0y} = C_2 \end{pmatrix} \\ \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = 0 \\ v_{0y} = 0 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow C_1 = 0 \\ \rightarrow C_2 = 0 \end{array}$$

identification des constantes grâce
aux conditions initiales (à t=0)

Vitesse nulle

$$\rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +\frac{eE}{m}t \\ v_y = 0 \end{pmatrix}$$

4.

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = +\frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +\frac{eE}{m}t \\ v_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \xrightarrow{\text{on primitive } \vec{v}} \vec{OG} \begin{pmatrix} x = +\frac{eE}{2m}t^2 + C_3 \\ y = C_4 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 + C_3 \\ y_0 = C_4 \end{pmatrix} \\ \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \rightarrow C_3 = 0 \\ \rightarrow C_4 = 0 \end{array}$$

identification des constantes grâce
aux conditions initiales (à t=0)

L'électron
pénètre dans le
condensateur
en O

$$\rightarrow \vec{OG} \begin{pmatrix} x = +\frac{eE}{2m}t^2 \\ y = 0 \end{pmatrix}$$

5.

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = +\frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +\frac{eE}{m}t \\ v_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x = +\frac{eE}{2m}t^2 \\ y = 0 \end{pmatrix}$$

mouvement rectiligne selon (Ox)

6. t_s ? quand $x = d$

$$d = +\frac{eE}{2m}t_s^2 \rightarrow t_s^2 = \frac{2md}{eE} \rightarrow t_s = \sqrt{\frac{2md}{eE}} = \sqrt{\frac{2md^2}{eU}}$$

$E = \frac{U}{d}$

$$t_s = \sqrt{\frac{2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (1,0 \times 10^{-2})^2}{1,6 \times 10^{-19} \times 90 \times 10^3}} = 1,1 \times 10^{-10} \text{ s}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = +\frac{eE}{m} \\ a_y = 0 \end{pmatrix} \quad \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +\frac{eE}{m}t \\ v_y = 0 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OG} \begin{pmatrix} x = +\frac{eE}{2m}t^2 \\ y = 0 \end{pmatrix}$$

$$t_s = 1,1 \times 10^{-10} \text{ s}$$

$$E = \frac{U}{d}$$

7.

$$v_s = \sqrt{v_{xs}^2 + v_{ys}^2} = \sqrt{\left(\frac{eE}{m}t_s\right)^2 + 0} = \frac{eE}{m}t_s = \frac{eU}{md}t_s$$

$$v_s = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 90 \times 10^3}{9,1 \times 10^{-31} \times 1,0 \times 10^{-2}} \times 1,1 \times 10^{-10}$$

$$v_s = 1,7 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}! > \frac{c}{2}$$

$$c = 3,00 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

Exercice 2 :

1. $\vec{E}$: perpendiculaire aux plaques et du + vers le -

$$E = \frac{U}{d} = \frac{100}{5,0 \times 10^{-2}} = 2,0 \times 10^3 \text{ V.m}^{-1}$$

2. L'électron est soumis à :

- son poids : $\vec{P} = m\vec{g}$
- la force électrique : $\vec{F}_{\text{él}} = q\vec{E} = -e\vec{E}$

Rapport des valeurs de force pour les comparer :

$$\frac{F_{\text{él}}}{P} = \frac{eE}{mg} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{9,1 \times 10^{-31} \times 10}$$

$$\frac{F_{\text{él}}}{P} = 3,5 \times 10^{13}$$

$$\frac{F_{\text{él}}}{P} \gg 1$$

$$F_{\text{él}} \gg P$$

→ poids négligeable devant la force électrique

3. $\vec{E} \begin{pmatrix} E_x = 0 \\ E_y = -E \end{pmatrix}$

4. 2^{ème} loi de Newton (PFD) appliqué à l'électron :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{\text{él}} = m\vec{a}$$

$$-e\vec{E} = m\vec{a} \quad \rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = -\frac{e}{m}E_x = -\frac{e}{m} \times 0 \\ a_y = -\frac{e}{m}E_y = -\frac{e}{m} \times (-E) \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = +\frac{eE}{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = +\frac{eE}{m} \end{pmatrix}$$

5.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \xrightarrow{\text{on primitive } \vec{a}} \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = C_1 + \frac{eE}{m}t + C_2 \\ v_y = +\frac{eE}{m}t + C_2 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = C_1 \\ v_{0y} = 0 + C_2 \end{pmatrix} \\ \vec{v}_0 \begin{pmatrix} v_{0x} = +v_0 \\ v_{0y} = 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow C_1 = +v_0 \\ &\rightarrow C_2 = 0 \end{aligned}$$

identification des constantes grâce aux conditions initiales (à t=0)

Voir énoncé

$$\rightarrow \vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +v_0 \\ v_y = +\frac{eE}{m}t \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = +\frac{eE}{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +v_0 \\ v_y = +\frac{eE}{m}t \end{pmatrix}$$

5.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \xrightarrow{\text{on primitive } \vec{v}} \vec{OG} \begin{pmatrix} x = +v_0t + C_3 \\ y = +\frac{eE}{2m}t^2 + C_4 \end{pmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 + C_3 \\ y_0 = 0 + C_4 \end{pmatrix} \\ \vec{OG}_0 \begin{pmatrix} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\rightarrow C_3 = 0 \\ &\rightarrow C_4 = 0 \end{aligned}$$

identification des constantes grâce aux conditions initiales (à t=0)

Voir énoncé

$$\rightarrow \vec{OG} \begin{pmatrix} x = +v_0t \\ y = +\frac{eE}{2m}t^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = +\frac{eE}{m} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} v_x = +v_0 \\ v_y = +\frac{eE}{m}t \end{pmatrix}$$

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} x = +v_0t \\ y = +\frac{eE}{2m}t^2 \end{pmatrix}$$

6.

$$\vec{OG} \begin{pmatrix} x = +v_0t \\ y = +\frac{eE}{2m}t^2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \xrightarrow{t = \frac{x}{v_0}} \\ \xrightarrow{y(x) = +\frac{eE}{2m}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2} \end{matrix}$$

polynôme du 2nd degré :

$$y(x) = +\frac{eE}{2mv_0^2}x^2$$

→ trajectoire parabolique orientée vers le haut

7. coordonnées du point de sortie **S** :

$$x_S = L$$

$$x_S = 10 \text{ cm}$$

$$y_S = +\frac{eE}{2mv_0^2}x_S^2$$

$$y_S = 2,0 \text{ mm}$$

$$y_S = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{2 \times 9,1 \times 10^{-31} \times (3,00 \times 10^7)^2} \times (10 \times 10^{-2})^2$$

$$y_S = 2,0 \times 10^{-3} \text{ m}$$

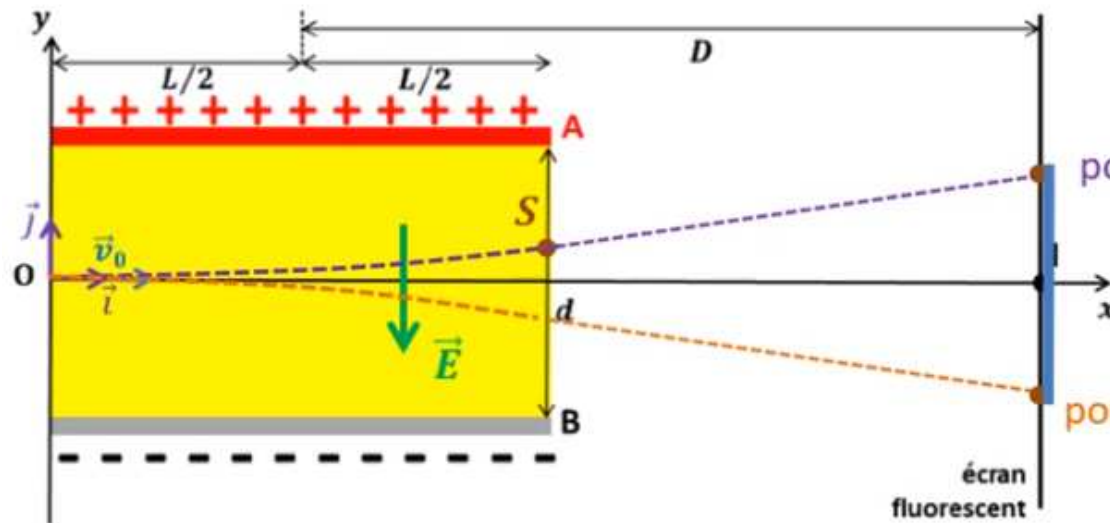
8. plus de force électrique
et l'effet du poids toujours négligeable !

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} = m\vec{a} \rightarrow \vec{a} = \vec{0} \rightarrow \vec{v} \text{ constant}$$

→ mouvement rectiligne uniforme

Exercice. Le tube cathodique

Un électron pénètre avec une vitesse horizontale $\vec{v}_0$ à l'intérieur d'un condensateur plan dans lequel règne le vide. Entre les deux plaques horizontales A et B de ce condensateur, séparées par la distance d , règne un champ électrique $\vec{E}$ uniforme créé par la tension U appliquée entre les deux plaques. L'électron dévié par le champ électrique va ensuite frapper un écran fluorescent : un point lumineux apparaît alors au point d'impact. Le schéma du dispositif est donné ci-dessous :



$$9. \quad y_s = + \frac{eE}{2mv_0^2} x_s^2 \quad E = \frac{U}{d}$$

pour $U = +100 \text{ V}$: $y_s = + \frac{eU}{2mdv_0^2} x_s^2 = +2,0 \text{ mm}$

pour U variant alternativement entre $+100 \text{ V}$ et -100 V

→ un trait lumineux vertical à l'écran !

pour $U = -100 \text{ V}$: $y_s = + \frac{eU}{2mdv_0^2} x_s^2 = -2,0 \text{ mm}$

L'électron à la sortie du condensateur

8. Quel est le mouvement de l'électron à la sortie du condensateur ? Représenter qualitativement, sur le schéma ci-dessus, le point d'impact E de l'électron sur l'écran.
9. Si la tension entre les plaques A et B du condensateur est alternative et sinusoïdale, qu'observerait-on à l'écran ?