Mouvement dans un champ de gravitation Mouvement des satellites et des planètes. Orbite. Lois de Kepler. Période de révolution. Satellite géostationnaire.	Déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation newtonien. Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas du mouvement circulaire. **Capacité numérique** : Exploiter, à l'aide d'un langage de programmation, des données astronomiques ou satellitaires pour tester les deuxième et troisième lois de Kepler.

Exercices : p. 332 n° 15, 18, 20, p. 333 n° 22, p. 334 n° 24, p. 336 n° 27.

15 Assimiler poids et force gravitationnelle

Calculer la masse de la Lune m_L sachant que son rayon est r_L = 1 737 km est que l'intensité de l'accélération de pesanteur à sa surface est $g_L = 1{,}6\ m \cdot s^{-2}$.

15 Assimiler poids et force gravitationnelle

Sur la Lune, un objet de masse m aura pour poids $P_L = m \times g_L$.

La force gravitationnelle sera : $F_{L/o} = G \times \dfrac{m \times m_L}{r_L^2}$.

On peut assimiler poids et force gravitationnelle : $F_{L/o} = P_L$

Soit : $m \times g_L = G \times \dfrac{m \times m_L}{r_L^2}$,

donc : $m_L = \dfrac{g_L \times r_L^2}{G} = \dfrac{1{,}6 \times (1\,737 \times 10^3)^2}{6{,}67 \times 10^{-11}} = 7{,}2 \times 10^{22}$ kg

18 Altitude d'un satellite géostationnaire

Calculer l'altitude à laquelle gravite un satellite géostationnaire.

Données qui concernent la Terre : Rayon $R_T = 6\,380$ km

Masse $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg

18 Altitude d'un satellite géostationnaire

La période de révolution T du satellite géostationnaire est égale à la période de rotation de la Terre, soit 24 h.

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_T}$$ avec $r = R_T + h$, avec h l'altitude du satellite.

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}} \text{ donc : } h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \times G \times M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(24 \times 3\,600)^2 \times 6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{4\pi^2}} - 6\,380 \times 10^3$$

$$= 3{,}59 \times 10^7 \text{ m} = 35\,900 \text{ km}$$

20 Aide p. 334 Systèmes en interaction

La sonde Rosetta envoyée en 2004 afin d'étudier la comète 67P Churyumov-Gerasimenko a frôlé plusieurs fois la Terre afin d'augmenter sa vitesse.

Données : Masse de la Terre : $M_T = 5{,}98 \times 10^{24}$ kg
Masse de Rosetta : $M_R = 3{,}00$ t
Distance surface Terre-Rosetta : $d = 2\,500$ km
Rayon de la Terre : $R_T = 6\,400$ km

1. Représenter sur un schéma (sans souci d'échelle) les forces gravitationnelles modélisant l'interaction existant entre la Terre et la sonde Rosetta.

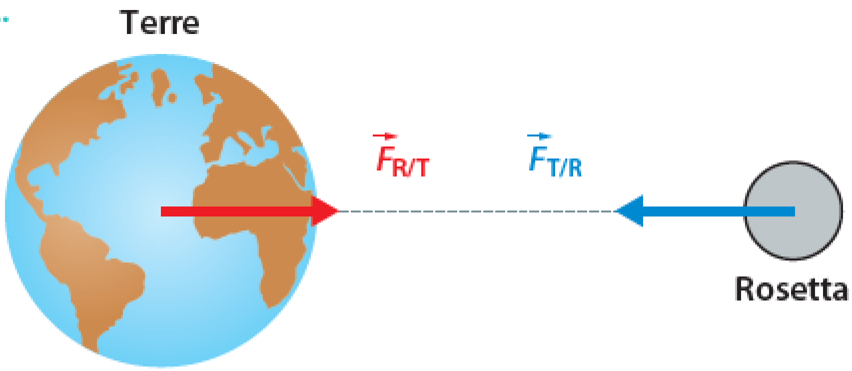
2. Calculer la valeur de la force gravitationnelle exercée par la Terre sur Rosetta et la valeur de la force gravitationnelle exercée par Rosetta sur la Terre.

3. En déduire la valeur de l'accélération a_R de Rosetta et a_T de la Terre dans le référentiel géocentrique.

4. Comparer a_R et a_T. Conclure sur l'effet des deux forces sur le mouvement de Rosetta et sur le mouvement de la Terre.

20 Systèmes en interaction

1.



2. $F_{T/R} = F_{R/T} = \dfrac{G \times M_T \times M_R}{(d + R_T)^2}$

$$= \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24} \times 3{,}00 \times 10^{3}}{(6\,400 \times 10^{3} + 2\,500 \times 10^{3})^2}$$

$$= 1{,}51 \times 10^{4}\ \text{N}$$

3. Le mouvement du système {Rosetta} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{T/R} = M_R \times \vec{a}_R$$

Soit : $-G \times \dfrac{M_T \times M_R}{(d + R_T)^2}\vec{u}_{TR} = M_R \times \vec{a}_R$

D'où : $a_R = G \times \dfrac{M_T}{(d + R_T)^2} = \dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}{(6\,400 \times 10^{3} + 2\,500 \times 10^{3})^2}$

$= 5{,}04\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

Le mouvement du système {Terre} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

D'après la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{R/T} = M_R \times \vec{a}_T$$

Soit : $-G \times \dfrac{M_T \times M_R}{(d + R_T)^2}\vec{u}_{TR} = M_T \times \vec{a}_T$

D'où : $a_T = G \times \dfrac{M_R}{(d + R_T)^2} = \dfrac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 3{,}00 \times 10^{3}}{(6\,400 \times 10^{3} + 2\,500 \times 10^{3})^2}$

$= 2{,}53 \times 10^{-21}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

4. a_R est très supérieure à a_T. Le mouvement de la Terre n'est pas modifié par Rosetta à l'inverse du mouvement de Rosetta. On retrouve ici une notion découverte en 1re spécialité : l'influence de la masse : *si une même action s'exerce sur deux systèmes de masses différentes, le moins lourd subira la plus grande variation de vitesse pendant le même intervalle de temps.*

22 Station spatiale ISS

La station spatiale de masse $m_{ISS} = 420$ t possède un mouvement quasi circulaire à $h = 400$ km de la surface terrestre.

1. Calculer la force gravitationnelle exercée par la Terre sur la station. Représenter sur un schéma la Terre, la station ISS et l'interaction gravitationnelle.

2. En déduire l'accélération de la station.

3. En déduire la vitesse de la station.

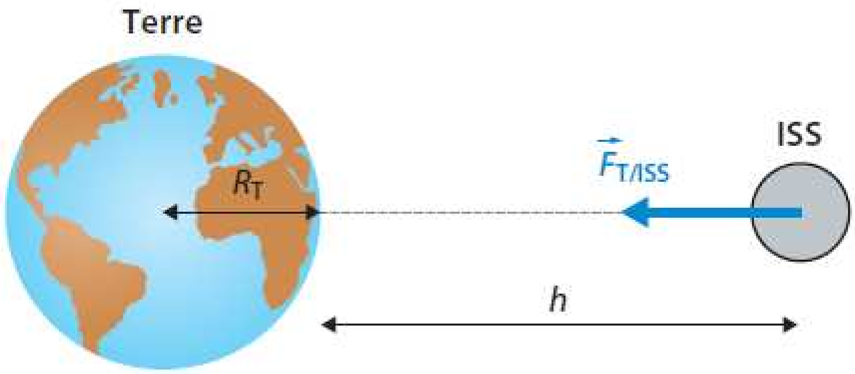
4. En déduire la période de révolution de la station.

22 Station spatiale ISS

1. $F_{T/ISS} = F_{ISS/T} = G \times \dfrac{m_{ISS} \times M_T}{(R_T + h)^2}$

$$= 6{,}67 \times 10^{-11} \times \frac{5{,}98 \times 10^{24} \times 420 \times 10^3}{(6\,400 \times 10^3 + 400 \times 10^3)^2}$$

$$= 3{,}62 \times 10^6\ \text{N}$$



2. Le mouvement du système {ISS} est étudié dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

En appliquant la deuxième loi de Newton :

$$\vec{F}_{T/ISS} = m_{ISS} \times \vec{a},$$

donc : $a = \dfrac{F_{T/ISS}}{m_{ISS}} = \dfrac{3{,}62 \times 10^6}{420 \times 10^3} = 8{,}63\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

3. L'accélération est centripète donc :

$$\vec{a} = a_N \times \vec{N},\ \text{avec}\ a_N = \frac{v^2}{(R_T + h)}.$$

D'où : $v = \sqrt{a \times (R_T + h)} = \sqrt{8{,}63 \times (6\,400 \times 10^3 + 400 \times 10^3)}$

$$= 7{,}66 \times 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

4. La station ISS fait un tour complet en une période à la vitesse v :

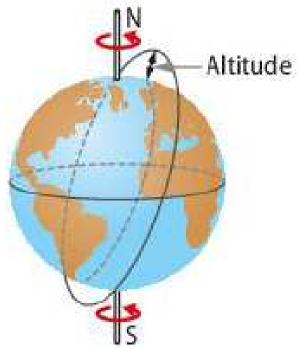
$$v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T},$$

donc $T = \dfrac{2\pi(R_T + h)}{v} = 5{,}58 \times 10^3\ \text{s} = 87{,}5\ \text{min}$

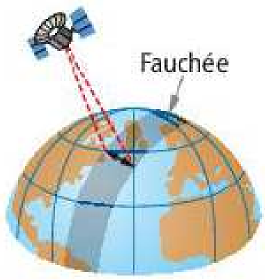
24 Satellite météo en orbite basse polaire

Il existe des satellites météorologiques en orbite autour de la Terre sur des orbites quasi-polaires, c'est-à-dire qu'ils passent quasiment par les pôles Nord et Sud. Les capteurs du satellite fournissent des images d'une certaine partie de la surface. Cette surface porte le nom de **fauchée**. La zone terrestre observée change à chaque révolution du satellite, il faut alors une certaine durée pour que le satellite observe à nouveau la même région terrestre.

1 Satellite en orbite basse quasi-polaire



2 Surface observable ou Fauchée



3 Données sur les satellites

Orbite circulaire :

Altitude : $h = 830$ km

Orbite quasi-polaire, inclinée de 98,7° par rapport à l'équateur

Largeur de la fauchée : 60 km

Durée nécessaire pour observer à nouveau la même région : 26 jours

1. Déterminer la distance qui sépare deux fauchées successives au niveau de l'équateur entre deux révolutions du satellite.

2. Déterminer combien de révolutions doit effectuer le satellite pour réaliser une observation complète de la Terre. Commenter le résultat obtenu en utilisant la question **1**.

24 Satellite météo en orbite basse polaire

1. Commençons par calculer la période de révolution du satellite :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G \times M_T}} = 2\pi\sqrt{\frac{(6\,400 \times 10^3 + 830 \times 10^3)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}98 \times 10^{24}}}$$

$$= 6{,}12 \times 10^3 \text{ s}$$

Déterminons la vitesse d'un point de l'équateur de la Terre : celle-ci fait un tour en 24 h, soit :

$$v = \frac{2\pi \times R_T}{24 \times 3\,600} = \frac{2\pi \times 6\,400 \times 10^3}{24 \times 3\,600} = 465{,}4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Ainsi, lorsque le satellite fait une révolution, un point de l'équateur parcourt la distance d, avec $d = v \times T$.

$d = 6{,}12 \times 10^3 \times 465{,}4 = 2{,}85 \times 10^6 \text{ m} = 2{,}85 \times 10^3 \text{ km}$

Deux fauchées successives sont donc séparées d'une distance de $2{,}85 \times 10^3$.

2. En 26 jours, le satellite effectue :

$$\frac{26 \times 24 \times 60}{102} = 367 \text{ révolutions.}$$

La fauchée s'est déplacée de $2{,}85 \times 10^3$ km à l'équateur en une révolution. À chaque passage du satellite au niveau de l'équateur la zone terrestre observée (60 km de large) n'est pas la même. Il faut plusieurs centaines de révolution du satellite pour balayer la surface entière de la Terre.

27 Le télescope Hubble

45 min

Le télescope spatial Hubble, a été lancé en 1990 dans le but de fournir des images de l'Univers dans le domaine du spectre ultraviolet, visible et proche infrarouge. Le télescope Hubble, de masse m = 11 tonnes, est positionné sur une « orbite basse » à une altitude quasi constante $h = 600$ km de la surface de la Terre.

On étudie le système {télescope spatial Hubble} dans le référentiel géocentrique supposé galiléen en négligeant l'interaction gravitationnelle du Soleil avec le télescope.

1. Décrire la trajectoire du télescope Hubble dans ce référentiel.

2. À partir de la deuxième loi de Newton, montrer que, dans l'approximation d'une trajectoire circulaire, le mouvement du télescope Hubble est uniforme. > Méthode 1 p. 330

3. Montrer que l'interaction gravitationnelle Soleil-Hubble peut être négligée par rapport l'interaction Terre-Hubble.

4. Montrer que l'expression de la valeur de la vitesse v du satellite dans le référentiel géocentrique est : $v = \sqrt{\dfrac{G \times M_T}{R_T + h}}$

5. Établir l'expression de sa période de révolution T en fonction de R_T, h et v.

6. Rappeler la troisième loi de Kepler.

7. Montrer que dans le cas du télescope spatial Hubble, on a la relation : $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4 \times \pi^2}{G \times M_T}$ où $r = R_T + h$ représente la distance entre le centre de la Terre et le télescope spatial.

8. Calculer la période de révolution T du télescope spatial Hubble, exprimée en minutes. > Méthode 1 p. 330

Données : Masse du Soleil : $M_S = 1{,}99 \times 10^{30}$ kg
Masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg
Distance moyenne Soleil-Terre : $d = 149{,}6 \times 10^6$ km
Rayon de la Terre : $R_T = 6\,370$ km
Durée d'une année terrestre : 365,25 j

Conseils

1. Connaître la deuxième loi de Newton, la force gravitationnelle et l'accélération dans le repère de Frenet.
2. Calculer le rapport des deux forces gravitationnelles.
3. Connaître la relation entre a et v lors d'un mouvement circulaire et uniforme.
4. Connaître la définition de la période de révolution et la circonférence d'un cercle.
5. et **6.** Lors d'un mouvement circulaire r correspond au demi-grand axe de l'ellipse.
8. Calculer d'abord avec les unités du système international.

27 Le télescope Hubble

1. D'après la première loi de Kepler, dans le référentiel géocentrique, la trajectoire du télescope Hubble est une ellipse dont l'un des foyers est le centre de la Terre.

2. Le mouvement du système {télescope spatial Hubble} est étudié dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen.
On fera l'approximation que le mouvement du télescope est circulaire. $\vec{F}_{T/H} = -\dfrac{G \times M_T \times m}{r^2}\vec{u}_{TH} = m \times \vec{a}$,

d'où : $\vec{a} = -\dfrac{G \times M_T}{(R_T + h)^2}\vec{u}_{TH} = \dfrac{G \times M_T}{(R_T + h)^2}\vec{N}$,

avec dans le repère de Frenet $\vec{a} = a_N \times \vec{N} + a_T \times \vec{T}$.
Ici $\vec{a}$ est uniquement suivant $\vec{N}$, donc $a_T = 0$. Or $a_T = \dfrac{dv}{dt}$,

donc $\dfrac{dv}{dt} = 0$, v est constante, le mouvement est uniforme.

3. On fait l'approximation que Hubble est à la distance d du Soleil.

$$F_{S/H} = \frac{G \times M_S \times m}{d^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 1{,}99 \times 10^{30} \times 11 \times 10^3}{(149{,}6 \times 10^9)^2}$$
$$= 65\ \text{N}$$

$$F_{T/H} = \frac{G \times M_T \times m}{(R_T + h)^2} = \frac{6{,}67 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24} \times 11 \times 10^3}{(6\,370 \times 10^3 + 600 \times 10^3)^2}$$
$$= 9{,}0 \times 10^4\ \text{N}$$

$$\frac{F_{T/H}}{F_{S/H}} = \frac{9{,}0 \times 10^4}{65} = 1{,}4 \times 10^3$$

$F_{S/H}$ est donc bien négligeable devant $F_{T/H}$.

4. Dans le **2**, on a montré que $\vec{a} = a_N \times \vec{N} = \dfrac{G \times M_T}{(R_T + h)^2}\vec{N}$ or par définition, $a_N = \dfrac{v^2}{R_T + h}$, donc :

$$\frac{v^2}{R_T + h} = \frac{G \times M_T}{(R_T + h)^2}, \text{ d'où : } v = \sqrt{\frac{G \times M_T}{R_T + h}}$$

5. Durant une période T, le télescope parcourt la distance $2\pi(R_T + h)$ à la vitesse v, d'où :

$$v = \frac{2\pi(R_T + h)}{T}, \quad \text{soit : } T = \frac{2\pi(R_T + h)}{v}$$

6. Troisième loi de Kepler : pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la période de révolution (durée pour qu'elle effectue un tour complet autour du Soleil) de la planète T et le cube du demi grand axe a de l'orbite elliptique est constant :

T : période de révolution en s

$$\frac{T^2}{a^3} = k$$

a : demi grand axe en m

k : constante indépendante de la planète considérée mais qui dépend de l'astre attracteur

7. $T = \dfrac{2\pi(R_T + h)}{v}$ et $v = \sqrt{\dfrac{G \times M_T}{R_T + h}}$, ainsi :

$$T^2 = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{v^2} = \frac{4\pi^2(R_T + h)^2}{\left(\dfrac{G \times M_T}{R_T + h}\right)} = \frac{4\pi^2(R_T + h)^3}{G \times M_T}$$

D'où : $\dfrac{T^2}{(R_T + h)^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \times M_T}$, soit $\dfrac{T^2}{r^3} = \dfrac{4\pi^2}{G \times M_T}$, avec $r = R_T + h$.

8. $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{(R_T + h)^3}{G \times M_T}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{(6\,370 \times 10^3 + 600 \times 10^3)^3}{6{,}6 \times 10^{-11} \times 5{,}97 \times 10^{24}}}$

$= 5{,}79 \times 10^3\ \text{s} = 9{,}6\ \text{min}$