

Modèle du gaz parfait. Masse volumique, température thermodynamique, pression.	Relier qualitativement les valeurs des grandeurs macroscopiques mesurées aux propriétés du système à l'échelle microscopique.
Équation d'état du gaz parfait.	Exploiter l'équation d'état du gaz parfait pour décrire le comportement d'un gaz. Identifier quelques limites du modèle du gaz parfait.
Énergie interne d'un système. Aspects microscopiques.	Citer les différentes contributions microscopiques à l'énergie interne d'un système.
Premier principe de la thermodynamique. Transfert thermique, travail.	Prévoir le sens d'un transfert thermique. Distinguer, dans un bilan d'énergie, le terme correspondant à la variation de l'énergie du système des termes correspondant à des transferts d'énergie entre le système et l'extérieur.
Capacité thermique d'un système incompressible. Énergie interne d'un système incompressible.	Exploiter l'expression de la variation d'énergie interne d'un système incompressible en fonction de sa capacité thermique et de la variation de sa température pour effectuer un bilan énergétique. Effectuer l'étude énergétique d'un système thermodynamique.
Modes de transfert thermique. Flux thermique. Résistance thermique.	Caractériser qualitativement les trois modes de transfert thermique : conduction, convection, rayonnement. Exploiter la relation entre flux thermique, résistance thermique et écart de température, l'expression de la résistance thermique étant donnée.
Bilan thermique du système Terre-atmosphère. Effet de serre.	Effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour estimer la température terrestre moyenne, la loi de Stefan-Boltzmann étant donnée. Discuter qualitativement de l'influence de l'albédo et de l'effet de serre sur la température terrestre moyenne.
Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.	Effectuer un bilan d'énergie pour un système incompressible échangeant de l'énergie par un transfert thermique modélisé à l'aide de la loi de Newton fournie. Établir l'expression de la température du système en fonction du temps. Suivre et modéliser l'évolution de la température d'un système incompressible. Capacité mathématique : Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec un second membre constant.

Exercices : p. 374 n° 14, 15, 19, 20, p. 375 n° 28, p. 376 n° 31, p. 377 n° 34, 35, p. 379 n° 43.

14 Calculer un volume de gaz

Le volume molaire d'un gaz correspond au volume occupé par une mole de gaz.

► Calculer le volume molaire des gaz à 0 °C et à la pression de 1 bar.

14 Calculer un volume de gaz

Volume molaire :

$$V = \frac{R \times T}{p} = \frac{273 \text{ (K)} \times 8,314}{100\,000} = 0,0227 \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$= 22,7 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$$

15 Calculer la masse volumique d'un gaz

L'air est un mélange composé de 20 % en volume de dioxygène et de 80 % en volume de diazote.

Données : $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(\text{N}) = 14,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

1. Montrer que la masse molaire moyenne de l'air est de $28,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

2. En déduire la masse volumique de l'air à 20°C et à la pression de 1 bar.

15 Calculer la masse volumique d'un gaz

1. $M(\text{air}) = 0,20 \times M(\text{O}_2) + 0,80 \times M(\text{N}_2)$

$$M(\text{air}) = 0,20 \times (2 \times 16,0) + 0,8 \times (2 \times 14,0) = 28,8 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

2. Masse volumique :

$$\rho_{\text{air}} = M(\text{air}) \times \frac{n(\text{air})}{V} = M(\text{air}) \times \frac{p}{R \times T}$$

$$\rho_{\text{air}} = 28,8 \text{ (g} \cdot \text{mol}^{-1}) \times \frac{100\,000 \text{ (Pa)}}{8,314 \times 293 \text{ (K)}} = 1\,182 \text{ g} \cdot \text{m}^{-3}$$

17 Calculer la variation de l'énergie interne

Un chauffe-biberon permet de chauffer du lait de 20°C à 37°C , température qui correspond à celle du lait maternel.

Donnée : Capacité thermique massique du lait : $C_{\text{lait}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$

1. Calculer la variation de l'énergie interne de 150 g de lait lors de sa préparation dans le chauffe-biberon.

2. Calculer être la puissance thermique transférée au lait si on veut que ce lait soit prêt en 3 minutes.



17 1. $\Delta U_{\text{lait}} = m_{\text{lait}} \times c_{\text{lait}} \times \Delta T$
 $= 0,150 \times 4,18 \times 10^3 \times (37 - 20) = 1,1 \times 10^4 \text{ J}$

2. $E_{\text{th}} = P_{\text{th}} \times \Delta t$

$$P_{\text{th}} = \frac{E_{\text{th}}}{\Delta t} = \frac{\Delta U_{\text{lait}}}{\Delta t} = \frac{1,1 \times 10^4}{3 \times 60} = 5,9 \cdot 10^1 \text{ W} = 59 \text{ W}$$

19 Calculer une énergie thermique

La porte d'entrée d'une maison a une surface de $2,0 \text{ m}^2$. Elle est en bois d'épaisseur $7,0 \text{ cm}$.

Donnée : Conductivité thermique du bois : $\lambda_{\text{bois}} = 0,23 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1. Calculer la résistance thermique R_{th} de cette porte.
2. Calculer le flux thermique à travers cette porte lorsque la température intérieure est de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ et la température extérieure de $-5,0 \text{ }^\circ\text{C}$.

19 Calculer une énergie thermique

1. $R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda_{\text{bois}} \times S} = 0,15 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$

2. $\Phi = \frac{\Delta\theta}{R} = \frac{20 - (-5)}{0,15} = 164 \text{ W}$

20 Identifier un mode de transfert thermique

En été, une gourde de vélo opaque est placée en plein soleil.

► Identifier le mode de transfert thermique qui explique :

- que le plastique de la gourde se réchauffe ;
- que le contenu de la gourde se réchauffe.



20 Identifier un mode de transfert thermique

1. Le plastique de la gourde se réchauffe à cause du rayonnement solaire.
2. L'eau au contact du plastique se réchauffe par conduction, mais l'ensemble du contenu de la gourde se réchauffe par convection.

27 Cuisson des pâtes

Exploiter l'expression de la variation de l'énergie interne

Un étudiant souhaite faire chauffer de l'eau dans une casserole afin de se préparer des pâtes.

Pour cela, il chauffe, à l'aide d'une plaque électrique, une casserole en acier inoxydable contenant 2,0 L d'eau à la température initiale $\theta_i = 15^\circ\text{C}$.

La température de l'eau souhaitée avant immersion des pâtes est $\theta_f = 100^\circ\text{C}$.



Données : $c_{\text{eau}} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$; $c_{\text{inox}} = 502 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1. Calculer l'énergie thermique reçue par l'eau Q_{eau} et celle reçue par la casserole Q_{inox} sachant que la casserole a une masse de 2,0 kg.

2. La plaque est constituée d'une résistance électrique de puissance égale à 3 kW. En considérant que toute l'énergie électrique est convertie en énergie thermique, calculer la durée de fonctionnement nécessaire à la plaque électrique pour arriver à ce résultat.

27 1. D'après le premier principe appliqué à l'eau :

$$\begin{aligned}\Delta U_{\text{eau}} &= m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times (\theta_f - \theta_i) \\ &= 2,0 \times 4\,180 \times (100 - 15) \\ &= 7,1 \times 10^5 \text{ J}\end{aligned}$$

De la même manière on applique le premier principe à la casserole :

$$\begin{aligned}\Delta U_{\text{cass}} &= m_{\text{cass}} \times c_{\text{cass}} \times (\theta_f - \theta_i) \\ &= 2,0 \times 502 \times (100 - 15) \\ &= 8,5 \times 10^4 \text{ J}\end{aligned}$$

2. On additionne les deux valeurs pour obtenir l'énergie totale reçue par l'ensemble casserole-eau :

$$\Delta U_{\text{tot}} = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{cass}} = 7,9 \times 10^5 \text{ J}$$

La plaque fournit une puissance de 3 kW, c'est-à-dire une énergie de $3,0 \times 10^3 \text{ J}$ toutes

les secondes : $P = \frac{Q}{\Delta t}$

$$\Leftrightarrow \Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{7,9 \times 10^5}{3,0 \times 10^3} = 265 \text{ s} = 4,4 \text{ min} = 4 \text{ min } 25 \text{ s}$$

28 Capacité thermique du cuivre

Exploiter l'expression de la variation de l'énergie interne

On introduit 500 mL d'eau dans un calorimètre. La température d'équilibre s'établit $\theta_1 = 18^\circ\text{C}$. La capacité thermique du calorimètre vaut $180 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$. On plonge dans un calorimètre un bloc de cuivre de masse $m_2 = 490 \text{ g}$ porté à $\theta_2 = 83^\circ\text{C}$. Au bout de quelques instants, la température du système {calorimètre + eau + cuivre} se stabilise à $\theta_f = 23^\circ\text{C}$.

Donnée : $c_{\text{eau}} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

1. Déterminer l'énergie reçue par l'eau froide Q_1 .
2. Déterminer l'énergie reçue par le calorimètre Q_{calo} .
3. Sachant que le système n'échange pas d'énergie avec l'extérieur, calculer l'énergie Q_2 cédée par le bloc de cuivre.
4. En déduire la capacité thermique massique c_{Cu} du cuivre. Conclure sur l'utilisation du cuivre pour fabriquer des casseroles.

28 Capacité thermique du cuivre

1. $Q_1 = m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}} \times \Delta\theta = 0,500 \times 4,18 \times (23 - 18) = 10,5 \text{ kJ}$
2. $Q_{\text{calo}} = c_{\text{calo}} \times \Delta\theta = 180 \times (23 - 18) = 900 \text{ J}$
3. $\Delta U = Q_1 + Q_2 + Q_{\text{calo}} = 0$ donc $Q_2 = -11,4 \text{ kJ}$.
4. $Q_2 = m_2 \times c_{\text{Cu}} \times \Delta T = -11,4 \text{ kJ}$ soit :

$$c_{\text{Cu}} = \frac{-11\,400}{0,490 \times (23 - 83)} = 386 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

La capacité thermique massique du cuivre c_{Cu} est basse ce qui est intéressant pour une casserole : la casserole chauffe vite et l'essentiel de l'énergie ira au contenu.

31 Bouilloire

Exploiter l'expression de la variation de l'énergie interne

Une bouilloire électrique consomme une puissance de 2 kW.

Données : Le volume utilisé pour la préparation est de $V = 150 \text{ mL}$.

La capacité thermique massique de l'eau est de $4,18 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$.



► Calculer le temps nécessaire pour que la température de l'eau passe de 20°C à 98°C ?

31 Bouilloire

Énergie nécessaire :

$$Q = m \times c \times \Delta\theta = 150 \times 4,18 \times (98 - 20) = 4,9 \times 10^4 \text{ J}$$

$$\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{4,9 \times 10^4}{2\,000} = 24 \text{ s environ}$$

34 Igloo

Exploiter la relation entre flux thermique et résistance thermique

Afin de s'abriter durant la nuit, un couple d'esquimaux souhaite construire un igloo dont la température intérieure ne baisse pas. Pour cela, il faut que l'énergie thermique dégagée par les esquimaux soit au moins égale à l'énergie transférée par les parois extérieures.

Données : Énergie thermique dégagée par un esquimau en une heure : 400 kJ. Conductivité thermique de la neige compactée : $\lambda_{\text{neige}} = 0,10 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{W}^{-1}$



1. Calculer la résistance thermique correspondant à la paroi de l'igloo de surface 12 m^2 et d'épaisseur 20 cm.
2. Calculer le flux thermique Φ transférée à travers la paroi de l'igloo sachant que la température intérieure est de 5°C et la température extérieure est de -30°C .
3. Comparer le flux Φ au flux thermique produit par les deux esquimaux. Conclure sur l'évolution de la température à l'intérieur de l'igloo.

34 Igloo

$$1. R_{th} = \frac{e}{\lambda \times S} = \frac{0,20}{0,10 \times 12} = 0,17 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$2. \Phi = \frac{\Delta\theta}{R_{th}} = \frac{5 - (-30)}{0,17} = 210 \text{ W}$$

3. Chaque esquimau dégage 400 kJ en 1 h, soit un flux :

$$\Phi = \frac{400\,000}{3\,600} = 111 \text{ W}.$$

Le flux correspondant aux deux esquimaux est donc de 222 W. Ce flux permet de compenser les pertes d'énergie à travers les parois de l'igloo ; la température dans l'igloo reste donc à peu près constante.

35 Vêtements pour l'hiver

Exploiter la relation entre flux thermique et résistance thermique

Les vêtements permettent de minimiser les effets d'une faible température extérieure en maintenant une température d'au moins 30 °C au niveau de la peau.



On se propose de modéliser l'effet du port de vêtements au niveau du buste d'un homme dont la surface est de 0,50 m².

Données :

	T-shirt	Pull	Blouson	Couche d'air de 2 mm
Résistance thermique pour une surface de 0,5 m ² (K · W ⁻¹)	0,08	0,6	1,7	0,07

1. Calculer la résistance thermique R_1 correspondant au port d'un T-shirt et d'un pull ainsi que la résistance thermique R_2 correspondant au port d'un T-shirt, d'un pull et d'un blouson. On considère qu'il y a une couche d'air de 2 mm entre chaque vêtement.

2. Calculer le flux thermique Φ_1 transféré par l'ensemble T-shirt-pull ainsi que le flux thermique Φ_2 transféré par l'ensemble T-shirt-pull-blouson en considérant que la température au niveau de la peau est de 30 °C et que la température extérieure est de -10 °C.

3. De l'énergie thermique est produite au niveau de la peau. Dans le cas d'une faible activité physique, le flux thermique produit par le buste d'un homme est $\Phi = 45 \text{ W}$. Comparer Φ_1 et Φ_2 au flux Φ . Conclure.

35 Vêtements pour l'hiver

1. Les résistances thermique s'ajoutent :

$$R_1 = R_{\text{T-shirt}} + R_{\text{air}} + R_{\text{pull}} = 0,75 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$R_2 = R_{\text{T-shirt}} + R_{\text{air}} + R_{\text{pull}} + R_{\text{air}} + R_{\text{blouson}} = 2,52 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

$$2. \Phi_1 = \frac{\Delta\theta}{R_1} = \frac{30 - (-10)}{0,75} = 53 \text{ W},$$

$$\text{de même } \Phi_2 = \frac{30 - (-10)}{2,52} = 16 \text{ W}.$$

3. Φ_1 est supérieur au flux thermique corporel, la sensation de froid est ressentie.

Φ_2 est inférieur au flux thermique corporel, une sensation de chaud est ressentie.

43 Chauffage d'une maison

1 Dispositif de chauffage

Chaudière au fioul dont le rendement est de 90 %.

Pouvoir calorifique du fioul : $46\,000 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$

Masse volumique du fioul : $0,84 \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1}$

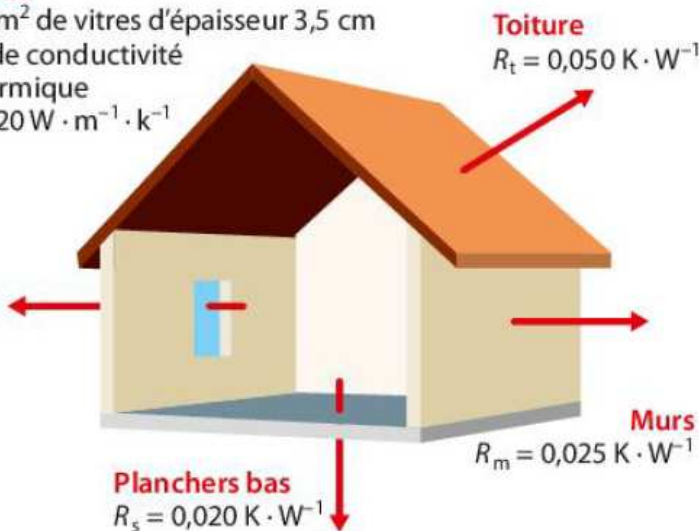
2 Caractéristiques de la maison

Vitres

10 m^2 de vitres d'épaisseur 3,5 cm

et de conductivité thermique

$$0,020 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$



3 Résistance thermique

La résistance thermique R_{th} d'une paroi plane a pour expression :

$$R_{\text{th}} = \frac{e}{\lambda \times S}$$

Épaisseur du matériau (m)
Surface de la paroi (m^2)
Conductivité thermique caractérisant le matériau ($\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$)

► Estimer le volume de fioul nécessaire pour maintenir la température intérieure de la maison à 20°C pendant 100 jours d'hiver en considérant la température moyenne du sol à 10°C et la température moyenne extérieure à 5°C .

43 Chauffage d'une maison

Résistance thermique des vitres :

$$R_{\text{th}}^{\text{vitre}} = \frac{e}{\lambda \times S} = \frac{0,035}{0,020 \times 10} = 0,175 \text{ K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Flux thermique :

$$\begin{aligned}\Phi &= \Phi_{\text{vitres}} + \Phi_{\text{toit}} + \Phi_{\text{murs}} + \Phi_{\text{plancher}} \\ &= \frac{15}{0,175} + \frac{15}{0,050} + \frac{15}{0,025} + \frac{10}{0,020} = 1486 \text{ W}\end{aligned}$$

Transfert thermique pendant 100 jours :

$$Q = \Phi \times t = 1486 \times 100 \times 24 \times 3\,600 = 1,3 \times 10^{10} \text{ J}$$

Masse de fioul nécessaire :

$$m = \frac{Q}{C \times \text{rendement}} = \frac{1,3 \times 10^{10}}{46\,000 \times 10^3 \times 0,90} = 310 \text{ kg environ}$$

Volume de fioul correspondant :

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{310}{0,84} = 369 \text{ L environ}$$

Bilan thermique du système Terre-atmosphère. Effet de serre.	Effectuer un bilan quantitatif d'énergie pour estimer la température terrestre moyenne, la loi de Stefan-Boltzmann étant donnée. Discuter qualitativement de l'influence de l'albédo et de l'effet de serre sur la température terrestre moyenne.
Loi phénoménologique de Newton, modélisation de l'évolution de la température d'un système au contact d'un thermostat.	Effectuer un bilan d'énergie pour un système incompressible échangeant de l'énergie par un transfert thermique modélisé à l'aide de la loi de Newton fournie. Établir l'expression de la température du système en fonction du temps. <i>Suivre et modéliser l'évolution de la température d'un système incompressible.</i> Capacité mathématique : Résoudre une équation différentielle linéaire du premier ordre à coefficients constants avec un second membre constant.

Exercices : p. 374 n° 21, p. 375 n° 26 et p. 381 n° 45.

21 Exploiter la loi de Stefan

Aldébaran est une étoile géante orangée très brillante située à environ 66 années-lumière du Soleil. Sa puissance surfacique de rayonnement est de $1,3 \times 10^7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.



Donnée :

Loi de Stefan : $P_S = \sigma T^4$. Avec : $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

► Quelle est la température de sa surface ?

21 Exploiter la loi de Stefan

D'après la loi de Stefan :

$$P_S = \sigma \times T^4 \text{ donc } T = \sqrt[4]{\frac{P_S}{\sigma}} = \sqrt[4]{\frac{1,3 \times 10^7}{5,67 \times 10^{-8}}} = 3\,891 \text{ K}$$

26 Cuisson d'un gâteau

Exploiter la loi de Newton et résoudre une équation différentielle

On place de la pâte à gâteau dans un four préchauffé à une température de 200 °C.

On dispose d'une masse de $m = 700$ g répartie dans un plat cylindrique de hauteur $H = 3,0$ cm et de rayon $r = 10$ cm.

La température initiale de la pâte est de 20 °C.

Données : Conductivité thermique λ de la pâte : $0,9 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Capacité thermique massique de la pâte : $c_m = 1 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Rappel de la loi de Newton : Pendant l'intervalle de temps dt (supposé très petit), le système échange une énergie élémentaire $\delta Q = h \times S \times (T_{\text{ext}} - T) \times dt$ où S est la surface externe du système et $h = 5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ est une caractéristique (supposée constante) de l'air avec lequel le système est en contact.

1. Déterminer la variation d'énergie interne ΔU du gâteau lorsque la température passe de 20 °C à 200 °C en fin de cuisson. Commenter le signe de ΔU .

2. Déterminer en appliquant le premier principe de la thermodynamique à la pâte que la température $T(t)$ de celle-ci obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dT(t)}{dt} + k \times T(t) = k \times T_{\text{ext}}$$

Exprimer la constante k en fonction de h , S , c_m et m .

3. Effectuer l'analyse dimensionnelle du coefficient k puis évaluer sa valeur numérique.

4. Résoudre littéralement l'équation différentielle.

5. Représenter la fonction donnant l'évolution de la température au cours du temps. Justifier la cohérence du tracé.

L'expression littérale de la solution est :

$$T(t) = T_{\text{ext}} + (T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-k \times t}$$

26 Cuisson d'un gâteau

1. $\Delta U = C \times \Delta T = C \times \Delta \theta = 1 \times 700 \times 180 = 126 \text{ kJ}$

ΔU est positif car le système reçoit de l'énergie.

2. $dU(t) = \delta Q(t) \Leftrightarrow C \times dT(t) = hS(T_{\text{ext}} - T(t))dt$ d'après l'expression du premier principe en version élémentaire.

On peut réécrire comme $C \times \frac{dT(t)}{dt} = hS T_{\text{ext}} - hS T(t)$

d'où : $\frac{dT(t)}{dt} + kT(t) = kT_{\text{ext}}$. Avec : $k = \frac{hS}{C}$ et $C = m \times c_m$

3. $k = \frac{[W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}] \times [m^2]}{[J \cdot K^{-1}]} = \frac{[W]}{[J]} = [s^{-1}]$

4. $\frac{dT(t)}{dt} + kT(t) = kT_{\text{ext}}$, la solution générale de cette équation

s'écrit donc sous la forme : $T(t) = T_p + T_h$ (1)

- T_p est la solution particulière de l'équation. Elle est de même nature que le second membre donc dans notre cas une constante.

- T_h est la solution de l'équation différentielle « homogène » c'est-à-dire une solution de l'équation différentielle précédente sans son second membre :

$\frac{dT(t)}{dt} + kT(t) = 0$

Cette solution est de la forme $T_h(t) = A \times e^{-k \times t}$ où A est une constante qui sera déterminée ultérieurement par les conditions initiales, ici $T(t = 0) = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K}$.

La solution particulière T_p se cherche sous forme d'une constante. Elle vérifie l'équation différentielle donc en remplaçant dans celle-ci, on écrit :

$$\frac{dT_p}{dt} + kT_p = kT_{\text{ext}} \Leftrightarrow T_p = T_{\text{ext}}$$

car la dérivée d'une constante est nulle.

En remplaçant T_h et T_p dans (1), on obtient :

$$T(t) = T_{\text{ext}} + A \times e^{-k \times t}$$

En posant $T(t = 0) = T_0 = 20^\circ\text{C}$, on obtient :

$$A = T_0 - T_{\text{ext}} = 20 - T_{\text{ext}}$$

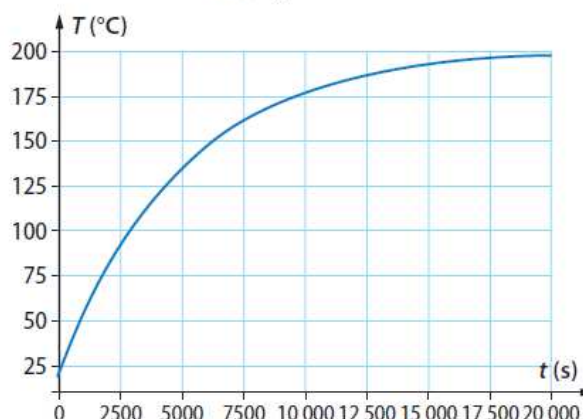
Comme $T_{\text{ext}} = 200^\circ\text{C}$, il vient $A = -180$.

L'expression littérale de la solution est :

$$T(t) = T_{\text{ext}} + (T_0 - T_{\text{ext}}) \times e^{-k \times t}$$

5. Il faut représenter la fonction $T(t) = 200 - 180 \times e^{-k \times t}$ avec :

$$k = \frac{h \times S}{m \times c_m} = 0,0002 \text{ s}^{-1}$$



La température augmente exponentiellement jusqu'à la température du thermostat (le four).

45 Modéliser le comportement thermique de mon verre de thé

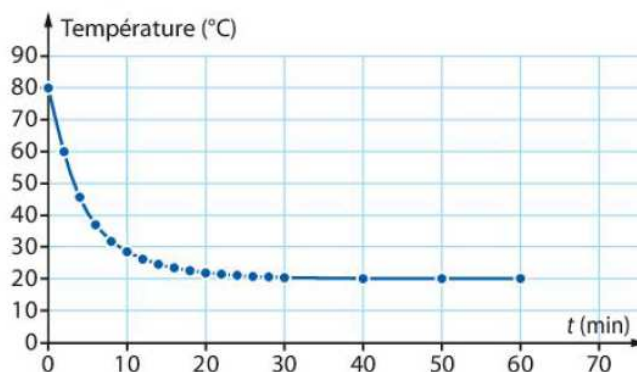
On refroidit un liquide initialement à la température $T_0 = 80^\circ\text{C}$ dans une pièce à température ambiante $T_a = 20^\circ\text{C}$ (supposée constante).

L'équation différentielle modélisant le refroidissement de ce liquide est :

$$\frac{dT(t)}{dt} = -k(T(t) - T_a) \quad (1)$$

L'équation de la température en fonction du temps (2)

$T(t) = A \times e^{-k \times t} + B$ est solution de l'équation différentielle (1).



Conseils

1. Déterminer graphiquement la valeur numérique de B ; que représente cette valeur ?

2. Montrer que $A = 60^\circ\text{C}$; quelle est son unité ?

3. On montrerait que $k = 0,2$. Quel est son unité ?

4. Valider vos réponses numériques en traçant le graphe $T = f(t)$ de 0 à 60 minutes, toutes les 5 minutes, dans un tableur.

1. Il faut étudier le cas $t = \infty$ dans l'équation (2).

2. Il faut exploiter le cas $t = 0$ dans l'équation (2).

3. L'argument de la fonction exponentielle est sans unité.

4. Il faut utiliser l'équation (2) en remplaçant A , B et k par les valeurs précédentes.

45 Modéliser le comportement thermique de mon verre de thé

1. La valeur B correspond à la valeur de la température lorsque le temps tend vers l'infini. D'après le graphique, $B = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

2. D'après la relation (1), $T(t = 0) = A + B$.

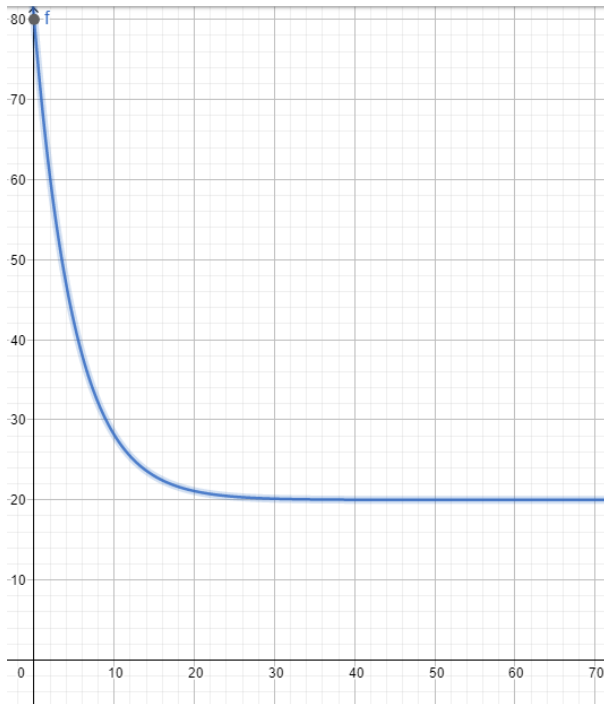
D'après le graphique, $T(t = 0) = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$ et donc $A + B = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Comme $B = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$, on a finalement $A = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$

3. Le produit $(k \times t)$ doit être sans unité ; k s'exprime donc en min^{-1} .

4. On utilise Geogebra

<https://www.geogebra.org/graphing?lang=fr>



$$f : y = 60 e^{-0.2x} + 20$$